

STEFANI C. et LONG N.T.

Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, France

Comportement de semelles sur un massif armé semi-infini**Behaviour of footings on a semi infinite reinforced earth mass**

This paper presents the principal results of model studies in relation to the bearing capacity behaviour of a semi infinite reinforced earth mass. Particular aspects of the study included the influence of both the geometrical and mechanical parameters on the settlement, subgrade reaction and bearing capacity of the footing. Several design methods are proposed ; the experimental results agree well with theoretical calculations.

I HISTORIQUE

Une première approche du milieu armé semi-infini a pu être effectuée à partir de l'étude en modèle bidimensionnel réalisée par Ly Peng Kheang (1972) au Laboratoire central des Ponts et Chaussées (L.C.P.C.). L'expérimentation portait sur l'influence de la largeur de la semelle de chargement et celle de la résistance à la traction et de l'espacement vertical des armatures. [1]

Yang Zen (1973) a étudié sur modèle tridimensionnel l'influence des dimensions relatives de la zone armée et de la semelle; les principaux paramètres examinés étaient : la résistance et la géométrie des treillis en fibres de verre utilisés comme armatures et le pourcentage de surface des treillis en contact direct avec le sable. [2]

C.Stéfani et A.Vanden Abeele (1974,LCPC) ont utilisé l'ensemble des paramètres précédents pour l'étude d'un radier armé par des bandes d'aluminium en modèle bi, puis tridimensionnel et ont abordé la répartition des efforts de traction le long des armatures et le dessin des lignes de glissement.

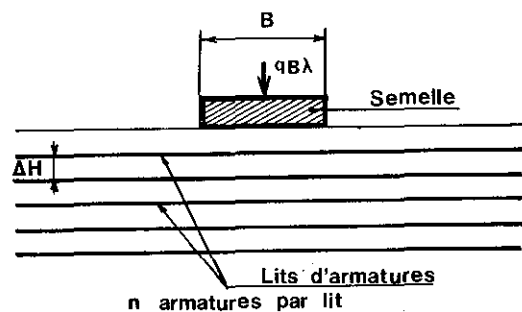
J.Binquet et K.L.Lee (1975) ont analysé en modèle tridimensionnel les divers modes de rupture lorsque le nombre de lits d'armatures, la profondeur du premier lit et la nature du substratum variaient. [3]

L'objet de cette communication est la synthèse des différents essais réalisés au L.C.

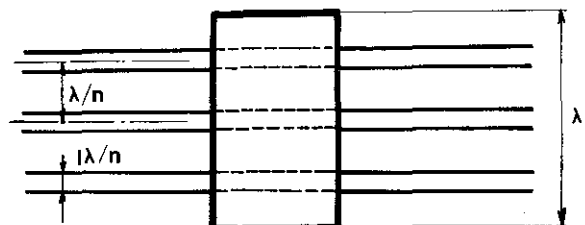
P.C. de 1972 à 1975 et la détermination de méthodes de dimensionnement adaptées au comportement réel des massifs armés semi-infinis, une seconde communication traite du cas des radiers.

II ANALYSE DIMENSIONNELLE

Le modèle de massif armé semi-infini peut se schématiser de la manière suivante:



MASSIF ARMÉ SEMI-INFINI



Liste des paramètres		dimensions M L T
ΔH	Ecart vertical entre les lits d'armatures	0 1 0
B	Largeur de la semelle	0 1 0
λ	Longueur de la semelle (en tridimensionnel)	0 1 0
q	Pression moyenne sous la semelle	1-1-2
R_r	Résistance à la traction d'un lit d'armatures par unité de λ	1 0-2
γ_s	Poids spécifique du sol constituant le massif	1-2-2
φ	Angle de frottement du sol constituant le massif	0 0 0
f	Coefficient de frottement sol-armature	0 0 0
E_s/E_a	Rapport des modules d'Young sol-armature	0 0 0
l	Largeur d'armatures par unité de λ	0 0 0
W	Tassement sous la semelle	0 1 0

Les sols utilisés sont purement frottants.

La semelle, de dimensions B et λ , repose sur un massif armé dans une direction, parallèle à la largeur B. Ce massif est constitué de lits identiques, dont la résistance globale à la traction est $R_r \lambda$ et dont la largeur cumulée des armatures est $l \lambda$. Nous considérons que, toutes choses égales par ailleurs, l'épaisseur des armatures n'intervient pas dans le phénomène si elle est petite devant leur largeur; de même pour n, nombre d'armatures par lit, si l'on suppose la contrainte uniforme sous la semelle. Le rapport E_s/E_a exprime le phénomène de déformation de l'armature au contact des grains du sol.

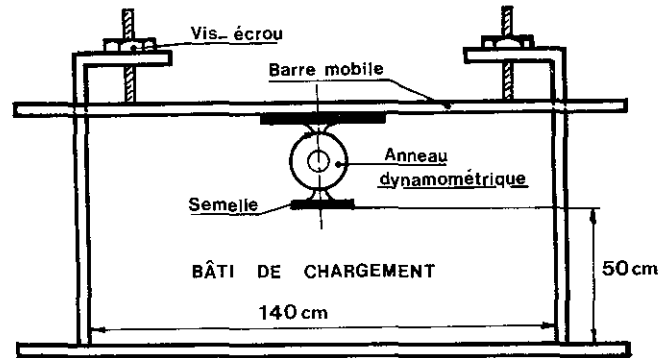
La matrice des dimensions est de rang 2 nous avons défini l'essai par 11 paramètres principaux, le phénomène peut donc être décrit par 9 facteurs adimensionnels indépendants. Nous les choisissons de manière à leur donner un sens géométrique ou physique:

$$\frac{qB}{R_r} = \Psi \left[\frac{B}{\lambda}, \frac{B}{\Delta H}, l, \varphi, \frac{E_s}{E_a}, f, \frac{R_r}{\gamma_s B \Delta H}, \frac{W}{B} \right]$$

qB/R_r , à qui nous donnons un rôle privilégié représente le rapport des efforts actif et résistant, les trois premiers paramètres définissent la géométrie du massif semi-infini, le suivant caractérise le sol, puis deux le contact sol-armature, W/B est le tassement relatif, et nous noterons que $R_r/\Delta H$ est la résistance surfacique à la traction du sol armé. Les paramètres B/λ et l n'interviendront pas en modèle bidimensionnel. La formulation de $q_r B/R_r$, où q_r désigne la capacité portante, pourra ne pas faire intervenir W/B , par exemple, car il existe une liaison supplémentaire.

III ÉTUDE EN MODÈLE BIDIMENSIONNEL

1 Description du modèle



Le modèle utilise les rouleaux de Schneebeli, cylindres d'acier de diamètre 0,5 l et 2 mm, longueur 30 mm, empilés. Les poids spécifiques des grains solides et du sol sont respectivement voisins de 80 et 62 kNm^{-3} . L'angle de frottement interne, mesuré à la boîte de Casagrande, est de 25°. Le coefficient K_o est déterminé expérimentalement à l'aide de capteurs à friction, sa valeur est proche de 0,64; remarquons que les lois expérimentales de Jaky ($K_o = 1 - \sin \varphi$) et de Nadjer ($K_o = \tan^2(\pi/4 - \varphi/3)$) fournissent respectivement 0,57 et 0,56.

Les armatures sont constituées de bandes de diverses dimensions taillées dans des feuilles d'aluminium (épaisseur 9,20,40 et 46 μm , largeur 20 et 30 mm). Les essais de traction effectués sur des armatures noyées dans un empilement de rouleaux fournissent pour le coefficient de frottement la valeur 0,5. On constate que f est très proche du frottement interne des rouleaux ($\tan \varphi = 0,47$), ceci peut s'expliquer par le fait que l'armature, très souple, épouse la structure de l'empilement.

La charge est appliquée au moyen d'un anneau dynamométrique solidaire du bâti par l'intermédiaire d'une barre horizontale mobile. L'inconvénient de ce système de chargement réside dans le fait qu'il ne peut suivre les tassements.

Les valeurs affectées aux paramètres sont:
 B (cm) 5- 10- 15- 20- 30
 ΔH (cm) 2- 3- 4
 R_r (Nm^{-1}) 250- 470- 760- 1060- 1500
 La dispersion des essais de traction est de l'ordre de 3%.

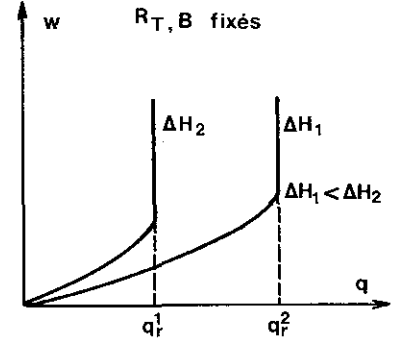
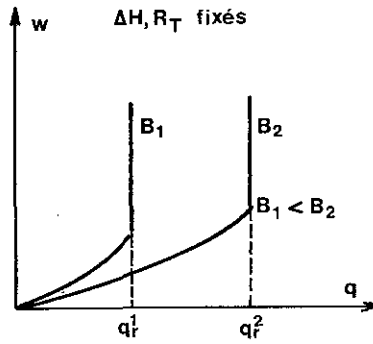
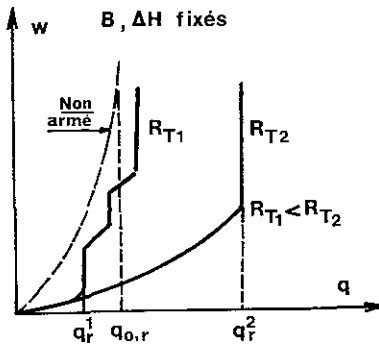
2 Suivi de l'essai de chargement

2-1 Observations générales

Le tassement, pour une charge donnée, est toujours inférieur à celui d'un sol non armé il y a effectivement un frettement dû aux armatures. Lorsque la charge augmente il se

forme des zones plastiques aux bords de la semelle dans la première couche puis, si B n'est pas petit (voir 2-3), le phénomène se propage en profondeur, un coin d'angle voisin de $\pi/4 + \varphi/2$ se crée, solidaire de la semelle, repousse le sol sur les côtés en mo-

bilisant les efforts de traction dans les armatures et aboutit à la formation de bourrelets en surface, d'amplitude moindre que dans un sol non armé et, finalement, à la rupture des armatures suivant divers modes possibles (selon les valeurs de R_r , B et ΔH).



2-2 Influence de R_r

Contrairement à la régularité de la courbe pression-tassement d'un sol non armé, celles relatives au milieu armé présentent une ou plusieurs discontinuités correspondant aux ruptures d'armature (ou rupture locale du sol si B est petit, (voir 2-3)).

Par définition la capacité portante q_r du sol armé sera la pression pour laquelle se produit la première discontinuité (en éliminant les faibles décrochements dus au réarrangement des grains roulaux).

Dans le cas des valeurs de R_r petites, les ruptures sont bien individualisées, progressant du haut vers le bas, et les courbes se rapprochent, lors de chacune d'elles, de celle du sol non armé; ceci s'explique par le fait que les premières cassures surviennent alors que le sol lui-même n'est pas en état de rupture ($q_r < q_{0,r}$).

Si la valeur de R_r est assez grande, le coin est très visible et les armatures se rompent presque simultanément; en effet q_r est supérieur à $q_{0,r}$ et, dès la première rupture, le massif est fragilisé, ce dernier cas est le seul à présenter un intérêt pratique dans la réalité. Les parties avant rupture des courbes relatives à diverses valeurs de R_r (B et ΔH fixés) se superposent, mais q_r croît avec R_r .

2-3 Influence de B

Comme il l'a été signalé, si B est suffisamment grand, nous assistons à un tassement progressif de plusieurs couches de sol, à la formation d'un coin bien visible sous la semelle, puis à la rupture d'une armature suivie immédiatement ou non de celle des autres.

Au contraire, si B est petit, le sol, lorsque la charge augmente, entre en état de rupture

dans la première couche et un glissement de la première armature est observé ainsi qu'un enfoncement de la semelle. La deuxième couche entre alors dans un état de rupture et le phénomène se répète jusqu'à la rupture d'une armature (qui peut d'ailleurs se produire dès la première étape si R_r est petit). Le coin ne possède pas, en effet, les dimensions suffisantes pour mobiliser les efforts de traction nécessaires à son équilibre. Les parties avant rupture des courbes relatives à diverses valeurs de B (ΔH et R_r fixés) s'étagent comme indiqué sur la figure.

En résumé, il existe une valeur B_0 de B qui sépare deux modes de rupture:

- $B < B_0$ rupture par poinçonnement des couches
- $B > B_0$ rupture par cassure d'armatures.

2-4 Influence de ΔH

ΔH agit sur le mode de rupture et le tassement de manière inverse de celle de R_r et de B . En première approximation, ce qui sera justifié plus tard, les influences décrites aux paragraphes 2-2 et 2-3 à ΔH imposé sont celles de $R_r/\Delta H$ et $B/\Delta H$, en effet, $R_r/\Delta H$ représente l'armement surfacique et $B/\Delta H$ caractérise les dimensions relatives du coin et d'une couche de sol. Le premier rapport influe essentiellement sur la charge de rupture et le second sur le tassement.

3 Module de réaction

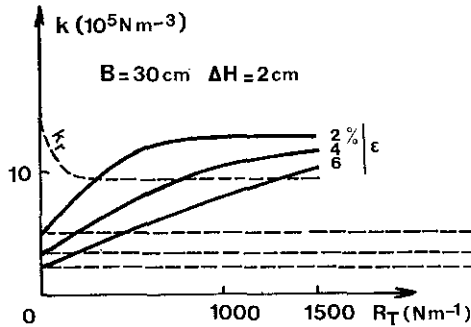
Soit k le module de réaction sécant q/W et ϵ le tassement relatif W/B , les indices $0,r$ se rapportant au sol non armé et à la rupture.

On constate, pour ϵ donné, que k croît avec R_r , de k_0 vers une valeur limite, mais avant rupture, k est pratiquement constant, en effet R_r n'est qu'un paramètre de rupture; les courbes pression-tassement se superposent. A R_r fixé, lorsque B croît, k suit une évolu-

tion analogue à celle de k_0 , soit croissance de 0 à un maximum, puis décroissance vers une limite non nulle, seule la seconde partie se situe avant la rupture. k reste toujours supérieur à k_0 , et décroît vers lui lorsque ΔH augmente.

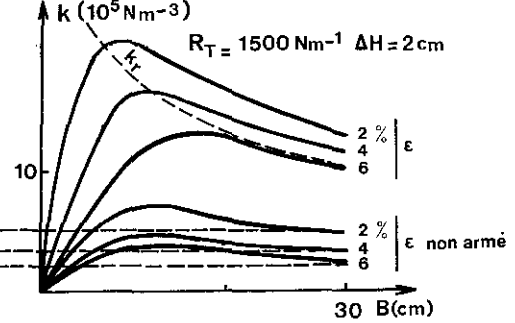
Si B , ΔH , et R_T sont fixés, k décroît lorsque W croît, les courbes pression-tassement sont convexes.

Pour une valeur fixée de W , nous avons vu que



k avant rupture croît très faiblement avec R_T (B et ΔH fixés) et décroît si ΔH croît (R_T et B fixés), mais de plus k croît avec B (ΔH et R_T fixés) puisque dans ce cas ϵ décroît. Ceci permet de retrouver les positions relatives des courbes pression-tassement.

ϵ_r croît avec R_T , aussi la première cassure d'armature s'effectue-t-elle avant la rupture du sol (R_T petit) ou après (R_T grand). k_r décroît si B croît et reste pratiquement indépendant de R_T .



4 Capacité portante

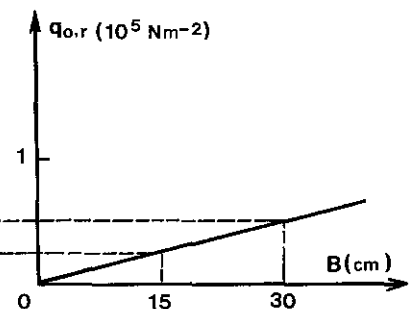
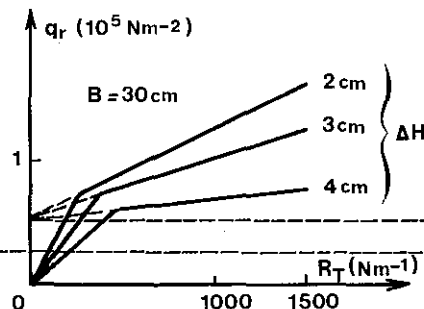
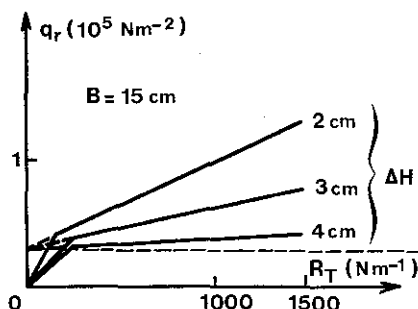
4-1 Résultats expérimentaux

La capacité portante q_r du sol armé a été définie comme étant la pression pour laquelle se produit la première discontinuité de la courbe pression-tassement (qui, si B n'est pas inférieur à B_0 , correspond à une rupture d'armature).

Les résultats expérimentaux semblent montrer que les courbes $q_r(R_T)$ comportent une partie issue de l'origine correspondant à la cassure d'une armature faible, le sol lui-même n'étant pas en état de rupture, suivie d'une partie affine ($R_T/\Delta H$ grand) relative à la ruine de l'ouvrage par rupture simultanée des armatures. L'extrapolation de ces droites pour R_T nul fournit la valeur $q_{0,r}$ de la capacité portante du sol non armé, les droites correspondant à une même valeur de B convergent donc.

4-2 Méthode de dimensionnement utilisant les résultats de l'analyse dimensionnelle

Les constatations expérimentales précédentes étant effectuées, posons l'hypothèse simple



suivante : q_r est la somme de deux termes q_1 et q_2 , le premier ne dépendant que du sol et l'autre de l'armement; nous excluons donc le cas $R_T/\Delta H$ petit. Les résultats d'analyse dimensionnelle (voir II) permettent d'écrire

$$q_i (i=1,2) = \frac{R_T}{B} \cdot \Psi_i \left[\frac{B}{\Delta H}, \varphi_i, \frac{R_T}{\chi_i B \Delta H} \right];$$

nous sommes dans l'obligation de fixer f et E_s/E_a puisqu'ils font intervenir à la fois le sol et l'armature.

q_1 est indépendant de R_T et ΔH , q_2 de φ_i et χ_i .

$$\text{d'où } \Psi_1 = a(\varphi_1) \left[\frac{R_T}{\chi_i B \Delta H} \right]^{-1} \cdot \frac{B}{\Delta H} \text{ et } \Psi_2 = \Psi_3 \left(\frac{B}{\Delta H} \right)$$

$$\text{ainsi } q_r = a(\varphi_1) \chi_i B + g \left[\frac{B}{\Delta H} \right] \frac{R_T}{\Delta H} \text{ si } g = \Psi_3 \frac{\Delta H}{B}$$

et en extrapolant vers $R_T=0$ $q_{0,r} = a(\varphi_1) \chi_i B$, g ne dépendant que des conditions de contact sol-armature.

Nous constatons donc que l'analyse dimensionnelle, à elle seule, permet de retrouver la formulation de la capacité portante d'un sol pulvérulent non armé et, avec notre hypothèse simple, d'exprimer assez explicitement q_r en retrouvant, en la précisant, la formulation empirique.

Imposons-nous, pour approcher g , de ne considérer que des fonctions à deux paramètres, ne possédant donc pas plus de généralité qu'une fonction affine, ceci afin d'éviter le caractère illusoire à la précision de l'approche obtenue.

Nous considérons que si R_r et ΔH sont multipliés par un même nombre supérieur à 1, la capacité portante est modifiée bien que $R_r/\Delta H$, armement surfacique, soit le même; en effet la géométrie du massif a changé: abaissement général de la masse métallique, augmentation de la hauteur de la couche de sol entre la semelle et la première armature, diminution de la surface de contact sol-armature; g n'est donc pas une constante. Par contre, si ΔH est très petit, la même opération fournit un abaissement général infime, la semelle reste très proche de l'armature, le phénomène n'est donc pas modifié, enfin la surface de contact étant très grande les conditions d'adhérence restent surabondantes, en conséquence g tend vers une valeur finie lorsque $B/\Delta H$ devient infini.

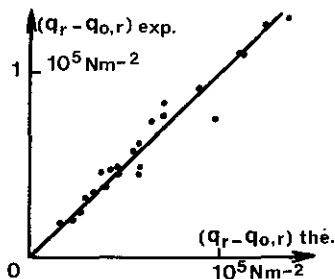
Lorsque B varie, à R_r et ΔH fixés, q_r doit suivre une évolution qualitative semblable à celle de $q_{o,r}$, on pourrait donc considérer que q_2 et donc g tendent vers zéro avec B , mais en fait l'influence de l'armement est régie par le couple (B, B_0) , B_0 étant la valeur séparant les cas de ruine par rupture d'armature et par poinçonnement local du sol. L'expérience montre que B_0 dépend peu de R_r si R_r n'est pas petit (rupture globale des armatures), ce qui est notre cas d'étude, et que $B_0/\Delta H$ reste voisin de 3; ainsi g devra s'annuler pour $B/\Delta H$ non nul.

Une fonction simple à deux paramètres vérifiant ces conditions est $g = \alpha - \beta/(B/\Delta H)$. On

obtient donc: $q_r = a(\varphi_1) \gamma_B + \left[\alpha - \beta \frac{\Delta H}{B} \right] \cdot \frac{R_r}{\Delta H}$

ou bien: $\frac{q_r B}{R_r} = \frac{B}{\Delta H} \left[a(\varphi_1) \frac{\gamma_B \Delta H}{R_r} + \alpha - \beta \frac{\Delta H}{B} \right]$

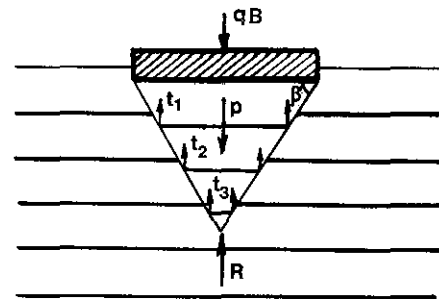
en facteurs adimensionnels.



Les résultats expérimentaux permettent d'évaluer α et β : $\alpha \approx 2,27$, $\beta \approx 5,49$ ($g=0$ si $B/\Delta H = 2,42$, ainsi on retrouve la valeur limite expérimentale). L'approche ainsi obtenue est très bonne.

4-3 Méthode de dimensionnement basée sur l'étude de l'équilibre du coin

En opposition au formalisme de la méthode précédente, celle-ci consiste en l'étude d'un équilibre. Elle s'appuie sur les constatations suivantes: formation d'un coin solide de la semelle, sol en état de rupture au voisinage du coin avant la cassure généralisée des armatures (si $R_r/\Delta H$ assez grand, seul cas pris en considération) enfin nette inflexion des armatures au passage de la frontière du coin de telle sorte que, dans un voisinage immédiat de la cassure, l'armature est quasi verticale (armatures d'inertie I, pour un axe normal au plan du modèle, très faible).



Ecrivons alors l'équilibre du coin juste avant la rupture. Pour une tranche d'épaisseur unité le coin est soumis à la charge qB à son poids propre P , à la résultante des efforts de traction des armatures $T = 2 \sum t_i$ et à la réaction totale de butée du sol R , verticale.

Plaçons-nous dans le cas où $B/\Delta H$ est grand, ceci nous permet d'exclure tout défaut d'adhérence ou rupture locale du sol et de confondre le nombre n d'armatures traversant le coin et $Btg/2\Delta H$. La fonction donnant la traction d'une armature en connaissant la profondeur est indépendante de R_r qui n'est qu'un critère de rupture et nous supposons que q en est une variable séparée (ce qui signifie que le rapport des tractions de deux armatures quelconques est indépendant de q) puisqu'il n'y a pas de défaut d'adhérence. Dans ces conditions, à la rupture, nous avons $T = 2R_r \cdot A$, où A est un facteur, déduit de la fonction de répartition des tractions en profondeur, qui dépend a priori de $\varphi, f, E_s/E_c$ et $B/\Delta H$. $R-P$ étant la capacité portante du sol non armé obtenue pour un coin d'angle caractéristique β ,

$$q_r B = B \cdot \frac{1}{2} \gamma_B N(\varphi, \beta) + 2A \left(\varphi, f, \frac{E_s}{E_c}, \frac{B}{\Delta H} \right) \frac{Btg/\beta}{2\Delta H} R_r$$

β dépendant de la géométrie de l'armement, donc de $B/\Delta H$ et de φ .

Supposons f et E_s/E_c fixés, ceci afin de permettre une comparaison avec la théorie qui précède:

2^e théorie $q_r = \frac{1}{2} \gamma_s B N(\varphi, \beta) + A(\varphi, \frac{B}{\Delta H}) \operatorname{tg} \beta \frac{R_r}{\Delta H}$

1^{re} théorie $q_r = \frac{1}{2} \gamma_s B N_1(\varphi_1) + g(\frac{B}{\Delta H}) \frac{R_r}{\Delta H}$

en effet, l'étude a montré que $q_{r,1} = 1/2 \gamma_s B N_1(\varphi)$ où N_1 est N_y calculé selon la théorie de Meyerhoff.

Les deux approches aboutissent à des expressions de q_r semblables, affines en R_r . La seconde n'exige pas une séparation des variables de sol et d'armement aussi complète que le suppose la première (remarquons néanmoins que $N(\varphi, \beta)$ si β est égal à $\pi/4 + \varphi/2$ est proche de $N_1(\varphi)$ et même égal si φ_1 est voisin de 27°) elle impose par contre un mode de rupture alors que l'expression utilisant la fonction g est absolument générale, elle ne fournit ainsi qu'une signification physique possible à g .

Concluons par deux remarques utilisant l'expression de g obtenue au 4-2: si nous admettons que A est compris entre les valeurs 0,5 et 1 correspondant à des répartitions triangulaire et uniforme, alors l'angle β sera égal à $\pi/4 + \varphi/2$ pour une valeur de $B/\Delta H$ comprise entre 3,8 et 8,2 ce qui correspond aux valeurs retenues dans les essais pour lesquelles β a été mesuré proche de $\pi/4 + \varphi/2$. Supposons alors que A est constant et qu'il y aura rupture locale du sol si β devient égal à l'angle du coin du sol non armé, soit 35° , alors la valeur $B/\Delta H$ limite vérifiera

$$\frac{\operatorname{tg}(\pi/4 + \varphi/2)}{\operatorname{tg} 35^\circ} = \frac{g(B/\Delta H(\pi/4 + \varphi/2))}{g(B/\Delta H \text{ limite})}$$

$B/\Delta H$ limite devrait être compris (vu la première remarque) entre 2,85 et 3,5, ce qui coïncide parfaitement avec les constatations expérimentales.

4-4 Introduction d'une cohésion pour le matériau armé

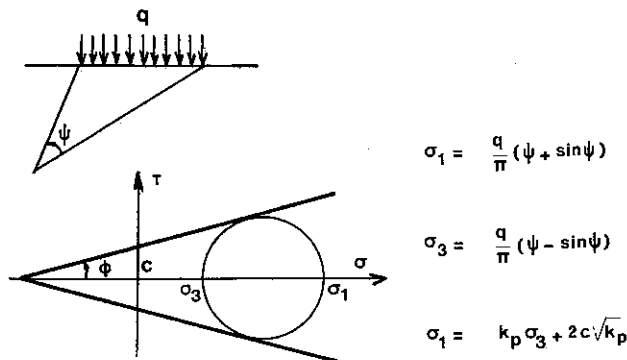
L'étude à l'appareil triaxial a montré que le sol armé peut s'étudier comme un matériau doté d'une cohésion, évidemment anisotrope, de valeur maximale $C = R_r \sqrt{K_p} / 2\Delta H$ K_p coefficient de butée.

Si nous faisons abstraction de cette anisotropie, la formulation de Terzaghi donnerait $q_r = 1/2 \gamma_s B N_y + (R_r \sqrt{K_p} / 2\Delta H) N_c$.

Une seconde méthode, basée sur les mêmes hypothèses, consiste à écrire la condition de tangence du cercle de Mohr à une courbe intrinsèque d'équation $\tau = \sigma \operatorname{tg} \varphi_1 + C$, on obtient $(K_p - 1 / K_p + 1) + (2\pi \sqrt{K_p} / K_p + 1) C/q = \sin \psi$ Les premiers points de plastification correspondraient alors à la racine double, soit $\psi_0 = \operatorname{Arc} \cos (K_p - 1 / K_p + 1) = \pi/2 - \varphi_1$.

d'où: $q_r = \frac{R_r \sqrt{K_p}}{2\Delta H} \frac{\pi}{1 - (\pi/2 - \varphi_1) \operatorname{tg} \varphi_1}$

Ces méthodes conduisent à des estimations très optimistes de la capacité portante, ceci est dû essentiellement au caractère anisotrope de la cohésion du sol armé. [4]



4-5 Rupture circulaire

Un programme de calcul aux éléments finis utilise la méthode des tranches de Bishop: il faut écrire l'équilibre d'une tranche de sol armé comprise entre deux plans verticaux, la surface libre horizontale et le cercle de rupture supposé. Cette tranche est soumise à son poids propre, aux réactions inter-granulaires des tranches voisines, aux efforts s'exerçant à sa base sur le cercle de rupture et aux tractions des armatures (de direction quelconque). [5]

IV CONCLUSION

L'étude a permis de distinguer divers modes de rupture: poinçonnement ou cassure des armatures selon la largeur de la semelle, cette cassure étant progressive ou globale suivant l'armement; c'est dans ce dernier cas qu'il y a renforcement du sol; la capacité portante supplémentaire a pu être exprimée simplement.

BIBLIOGRAPHIE

- (1) Ly Peng Kheang "Murs en terre armée sous charge verticale" Rapport interne LCPC 1972
- (2) Yang Zen "Strength and deformation characteristics of reinforced earth" UCLA 1973
- (3) Binquet-Lee "Bearing capacity of strip footings on reinforced earth slabs UCLA 1975
- (4) Schlosser-N.T.Long "Comportement de la terre armée dans les ouvrages de soutènement V congrès européen de mécanique des sols et des travaux de fondation" Madrid 1972
- (5) N.T.Long-Phan T.L. - Schlosser- Ségréstin "Etude de la stabilité interne et externe des ouvrages en terre armée par une méthode de cercle de rupture" Colloque international sur le renforcement des sols Paris 1979

- o o o -