

**BEHNIA C.**

Faculté Technique de l'Université de Téhéran, Iran

**NGUYEN-THANG-LONG**

Laboratoire Central des Ponts-et-Chaussées, France

**Comportement des voûtes en terre armée****Behaviour of reinforced earth vaults**

The purpose of this article is to work out a design method of reinforced earth vaults by comparing completely new theoretical results with an experimental study on a two-dimensional model using Schneebeili's roller method.

The behaviour of a reinforced earth vault is studied by varying the principal parameters involved in the calculation of stability :

- the radius of the vault
- the length and the tensile strength of the reinforcements
- the pressure exerted on the vault.

The conclusions highlight certain points requiring further researchs.

**INTRODUCTION**

L'objet de notre article est l'étude du comportement d'une voûte circulaire en terre armée.

L'étude expérimentale a été effectuée sur un modèle bidimensionnel qui utilise la méthode des rouleaux de SCHNEEBELI.

L'étude théorique a été développée en supposant d'une part que le terrain exerce sur la voûte une pression uniforme  $p_0$  et d'autre part en négligeant le poids des éléments de la voûte. Ces hypothèses ont permis d'étudier l'équilibre d'un voussoir de la voûte.

**I. ETUDE EXPERIMENTALE****1) Généralités**

Une voûte en terre armée est constituée de voussoirs formés par de la terre prise entre deux lits d'armatures faisant un angle  $\theta$  entre eux et reliés par un parement.

Les armatures mises en place radialement autour de la cavité donnent à la terre la cohésion nécessaire à la stabilité de l'ensemble. (fig. 1)

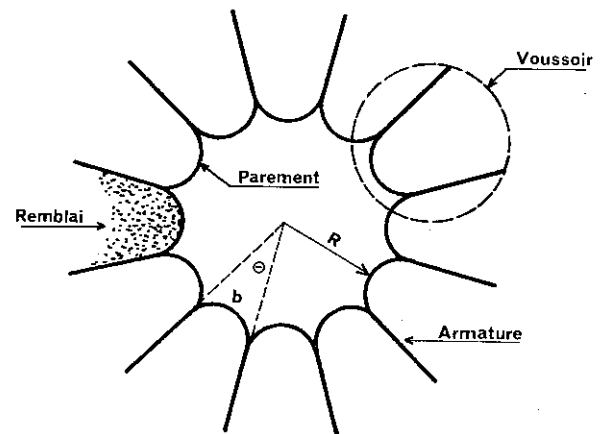


Fig. 1 - Schéma d'une voûte en terre armée.

**2) Description du modèle réduit bidimensionnel**

Le modèle réduit utilisé est un modèle bidimensionnel qui utilise la méthode des rouleaux de Schneebeili. L'avantage de cette méthode est sa simplicité d'exécution et sa rapidité.

La terre est représentée par des cylindres d'acier de 50 mm de longueur et ayant des diamètres de 1,2 mm et 2 mm dans les proportions numériques respectives de 3/7 et 4/7, empilés parallèlement les uns sur les autres.

$$\begin{aligned} \text{poids volumique des grains } \gamma_s &= 78 \text{ KN/m}^3 \\ \text{poids volumique du remblai } \gamma &= 62 \text{ KN/m}^3 \end{aligned}$$

L'angle de frottement de l'empilement est  $25^\circ$  dé-

terminé à la boîte de cisaillement. Les armatures sont constituées de bandes de 30 mm de largeur découpées dans des feuilles d'aluminium de 9 microns d'épaisseur. Chaque lit d'armatures est formé d'une ou plusieurs bandes superposées (suivant la résistance à la traction désirée). Chaque bande a une résistance à la traction de 1.500 g avec une dispersion de  $\sim 0,5\%$ .

Un système de chargement uniforme sur toute la largeur du bâti a été mis au point.

Une grille en plexiglass permet de mesurer les déformations de la voûte.

Des capteurs à frictions sont placés à l'intérieur du remblai, dans les voussoirs pour mesurer la distribution des contraintes à l'intérieur du massif armé et non armé.

## II. ANALYSE DIMENSIONNELLE

Examinons les grandeurs ou variables qui interviennent dans le calcul de la stabilité d'une voûte en terre armée. Le système d'unités fondamentales utilisé est L, F (longueur, force), le temps n'intervenant pas dans le calcul.

GRANDEUR	SYMBOLE	DIMENSION
Rayon du tunnel	R	L
Longueur des armatures	l	L
Résistance en traction des armatures	$R_T$	F
Largeur d'un élément de peau	b	L
Pression appliquée	p	$FL^{-2}$
Rigidité de la peau	$R_i$	$FL^{-2}$
Angle de frottement interne du milieu	$\varphi$	1
Coefficient de frottement terre-armatures	f	1
Angle du voussoir	$\theta = \frac{b}{R}$	1

Nous pouvons donc écrire:

$$f(R, l, R_T, b, R_i, p, \varphi, f) = 0$$

Avec deux variables fondamentales L, F, on trouve

$$f\left(\frac{R_T}{p R^2}, \frac{R}{l}, \frac{l}{R}, \frac{R_i}{R}, \varphi, f\right) = 0$$

Les principaux résultats de l'étude expérimentale permet d'affiner la formulation de la longueur critique et de la pression critique.

$$l > K(\varphi, f) R \theta \quad (1)$$

$$R_T = g(\varphi, f) \frac{R_T}{R^2} \frac{1}{\theta} \quad (2)$$

## III. RESULTATS DES ESSAIS

### 1) Etude du mode de rupture

Les différents essais ont montré qu'il existe 2 modes de rupture:

. rupture par défaut d'adhérence

. effondrement dû à la rupture des armatures

Notons que ces modes de rupture sont identiques à ceux des murs en terre armée

a) L'équilibre de la voûte nécessite que le frottement entre la terre et l'armature soit suffisant. Lorsque cette condition n'est pas satisfaite l'équilibre n'existe pas dans la géométrie initiale de la voûte. Deux cas sont possibles:

1. Un changement de géométrie obtenu par suite des déformations conduit à un état d'équilibre sous la charge appliquée.

2. Des déformations particulièrement importantes entraînent la ruine de l'ouvrage.

Le passage du premier au second cas est progressif si l'on considère des longueurs d'armatures initiales décroissantes.

Si l'on considère la déformation de la voûte par

la moyenne des valeurs du rapport  $\frac{\Delta\phi}{\phi}$ , on peut considérer que la rupture est obtenue lorsque ce

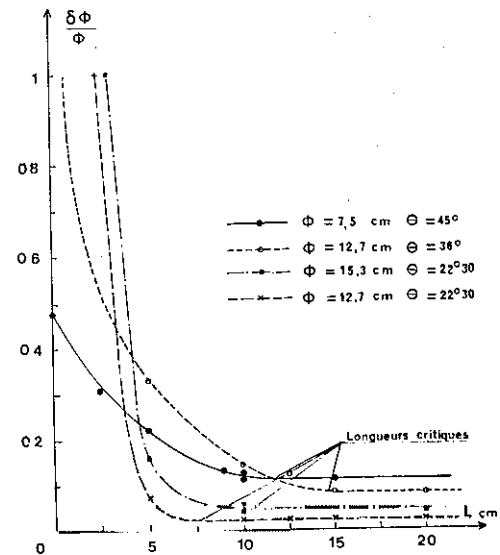


Fig. 2 - Déformation en fonction de la longueur des armatures.

rapport atteint la valeur 1. On peut donc définir pour une géométrie donnée de voûte, la longueur maximum d'armature entraînant la rupture du massif par défaut d'adhérence; nous appellerons cette longueur: LONGUEUR LIMITE D'ADHÉRENCE.

L'étude du  $\frac{\Delta\phi}{\phi}$  en fonction de la longueur des ar-

matures montre qu'il diminue fortement avec la longueur et qu'à partir d'une certaine longueur

critique  $L_c$ , il reste pratiquement constant. Cette longueur critique  $L_c$  dépend du diamètre de la voûte  $\phi$  et  $\theta$  l'angle du voussoir (fig.2).

### b) Effondrement par cassure des armatures

Une rupture des armatures peut entraîner l'effondrement de la voûte. Elle n'est cependant pas suf-

fisante, car la longueur d'armature rompue encore attachée au parement peut rester supérieure à la longueur limite d'adhérence  $L_c$ . Dans ce cas, l'ensemble subit certes une forte déformation mais une redistribution des contraintes dans le corps de l'ouvrage permet d'assurer à nouveau la stabilité.

Les essais réalisés sur le modèle bidimensionnel nous ont permis de constater que la rupture des armatures a lieu de part et d'autre du voussoir de clé. Le point de cassure correspond approximativement à 0,5 fois la longueur des armatures.

Comme pour les murs en terre armée, la traction n'est pas maximale au parement mais à une certaine distance de celui-ci. La ligne de traction maximale sépare dans le massif armé deux zones: une zone active et une zone résistante.

## 2) Etude de la longueur critique $L_c$

Les essais réalisés pour étudier l'influence de la longueur initiale des armatures sur les déformations d'une voûte en terre armée conduisent à mettre en évidence une longueur initiale limite pour les armatures notée  $L_c$  et appelée LONGUEUR CRITIQUE.

Les expériences montrent par ailleurs que la longueur critique est fonction du rayon de la voûte et de l'angle  $\theta$  des voussoirs constituant le corps de la voûte.

Nous avons pu expliciter la relation à partir des résultats expérimentaux. En effet, pour un angle constant,  $L_c$  varie linéairement en fonction du rayon de la voûte et la variation de la longueur critique est aussi linéaire en fonction de  $\theta$  pour une voûte de diamètre donné. Nous avons donc :

$$L_c = A(f, \psi) \cdot R \quad (\text{fig. 3-4})$$

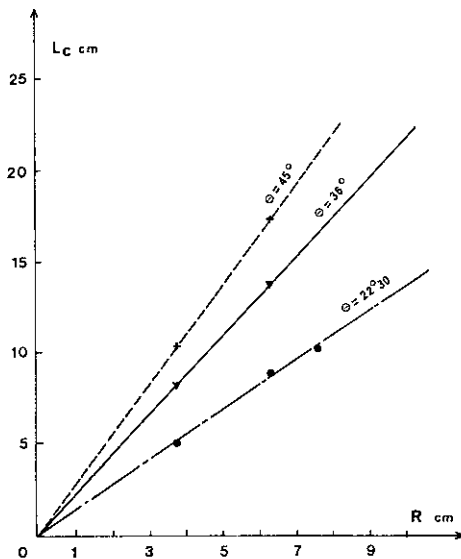


Fig. 3 - Longueur critique en fonction du rayon de la voûte.

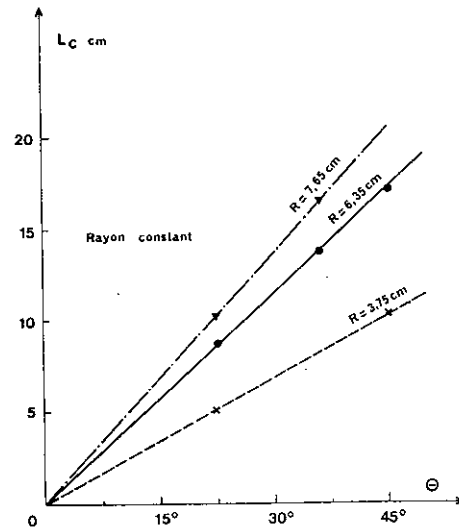


Fig. 4 - Longueur critique en fonction de l'angle des voussoirs.

en remplaçant  $\theta$  par  $\frac{b}{R}$ , nous avons: (fig. 5)

$$L_c = A(f, \psi) \cdot b$$

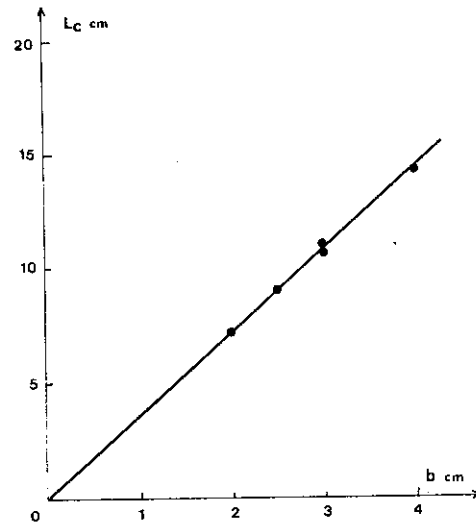


Fig. 5 - Longueur critique en fonction de la largeur de l'élément.

## 3) Influence de la résistance à la traction des armatures

L'étude expérimentale nous a permis de constater que la pression verticale limite appliquée sur une voûte en terre armée varie linéairement avec la résistance à la traction des armatures (fig. 6)

$$p_T = A R_T$$

## 4) Influence du rayon du tunnel pour $\theta = \text{cte}$ (fig. 7)

Le dépouillement des essais de tunnels de rayons différents mais à angle  $\theta$  du voussoir constant nous a permis de conclure que la pression

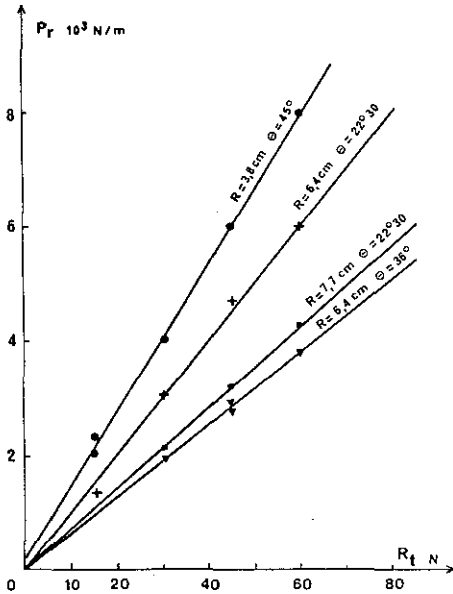


Fig. 6 - Pression de rupture en fonction de la résistance de l'armature.

critique  $P_c$  était une fonction inverse du carré du rayon de la voûte. Nous avons en effet comparé pour quelques dix essais, les produits  $pR$  et ensuite  $pR^2$ ; ceci nous a permis de constater la constance des produits  $pR^2$  avec une très bonne approximation. Nous pouvons donc écrire pour  $\theta = c^te$  la formule:

$$p_R = \frac{B(R_T, \theta, \gamma f)}{R^2}$$

Le tableau 1 donne la valeur des différents produits  $p_R R$ ,  $p_R R^2$ ,  $p_R \frac{R^2}{R_T}$  pour  $\theta = 22^\circ 30'$

$R_T$ (Kg)	$p_R$ (Kg)	$R$ (cm)	$p_R R$	$p_R R^2$	$p_R \frac{R^2}{R_T}$
1,5	1,5 1,05	6,35 7,65	9,5 8,25	60,5 63	40,3 42
3	2,1 3	7,65 6,35	16,05 19,05	123 121	41 40,3
4,5	3,2 4,5	7,65 6,35	24,5 28,6	187 182	41,5 40,5
6	4,2 6	7,65 6,35	32,2 38	246 242	41 40,3

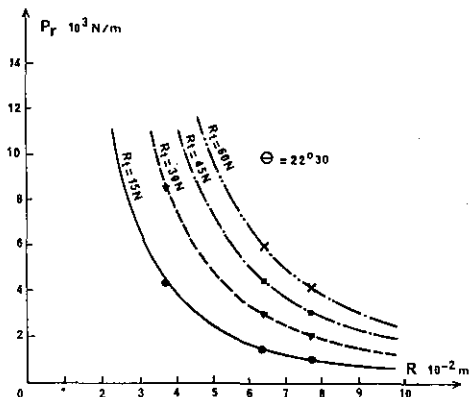


Fig. 7 - Pression de rupture en fonction du rayon.

## 5) Distribution des contraintes

La détermination expérimentale des contraintes

autour de la voûte et dans le massif armé est effectuée par l'intermédiaire des capteurs à friction. Les mesures faites sur différents modèles ont donné les résultats suivants:

- Les contraintes radiales sont très faibles, voir nulles sur les éléments du parement. Elles croissent le long du voussoir pour atteindre un palier correspondant à la charge appliquée par unité de surface au-delà du corps du tunnel pour les mesures faites sur les voussoirs dont l'axe est horizontal. Dans le cas des mesures faites sur l'axe vertical de la voûte, la contrainte radiale  $\sigma_R$

croît à l'intérieur du voussoir et décroît ensuite proportionnellement à la hauteur  $h$  de la surcharge. (fig. 8)

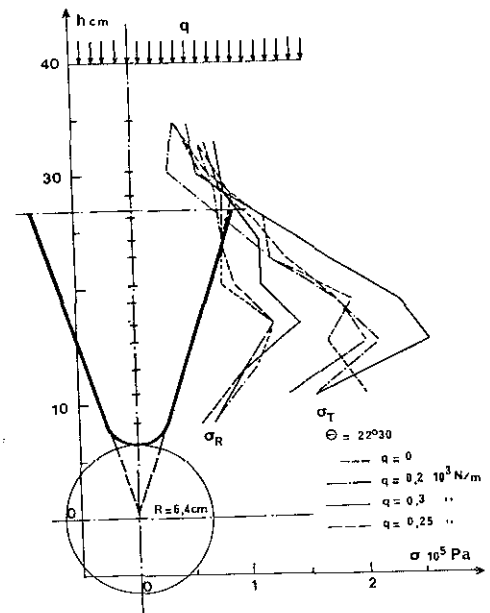


Fig. 8 - Evolution des contraintes le long de l'axe vertical de la voûte.

- les contraintes tangentielle, plus faibles en dehors du corps du tunnel, sont plus fortes que les contraintes radiales à l'intérieur des voussoirs. Elles admettent en outre un maximum, à l'intérieur du corps du tunnel et à une certaine distance des éléments de peau (parement de la voûte).

Dans le cas où les contraintes  $\sigma_R$  et  $\sigma_T$  sont principales, c'est-à-dire pour le voussoir de la clé dont l'axe est vertical, nous avons:

$$\frac{\sigma_T}{\sigma_R} = K, K \text{ étant le coefficient de la terre égal}$$

à  $K_0$  au repos et passant à  $K_a$  ou  $K_p$ , suivant que l'état de rupture finale est en poussée ou en butée. Donc, à l'intérieur des voussoirs, la terre est en état de butée. La figure 9 donnent l'évolution du coefficient  $K$  pour différents cas.

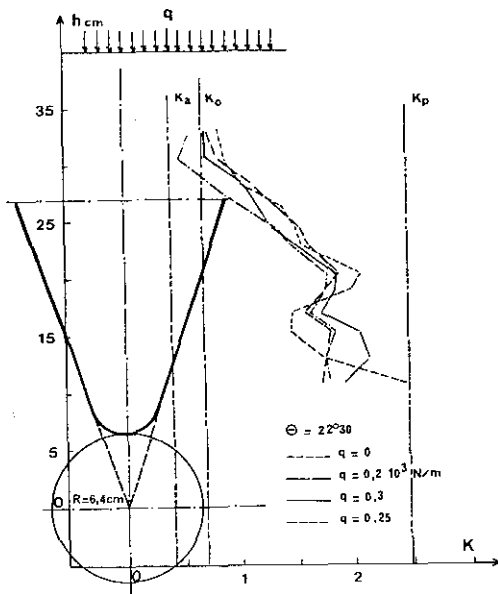


Fig. 9 - Evolution de K le long de l'axe vertical de la voûte.

### 6) Etude des déformations

Les mesures de déformations ont été effectuées à l'aide d'un pied à coulisse suivant le schéma ci-après:

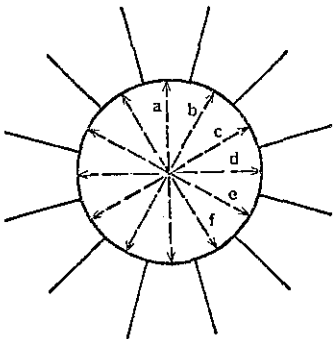


Fig. 10 - Points de mesure.

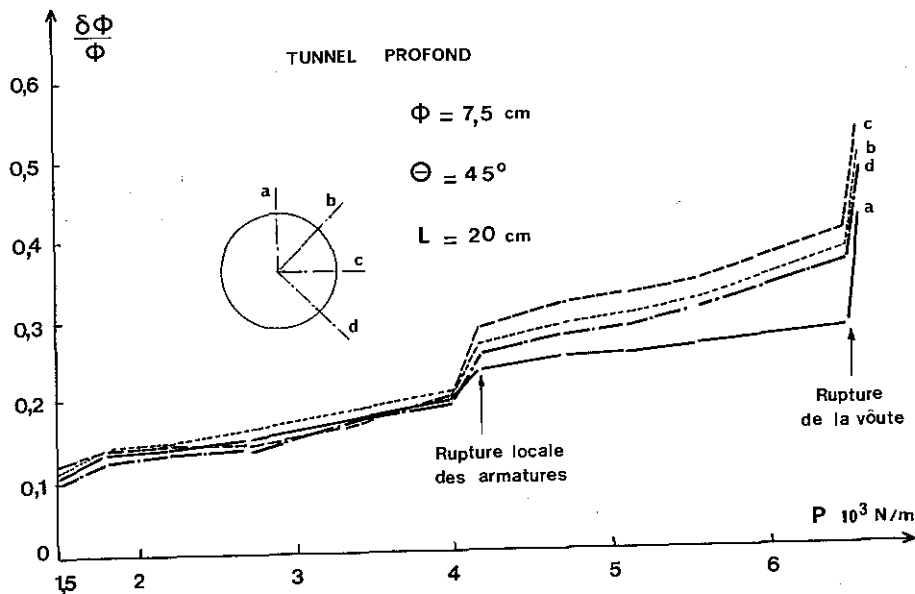


Fig. 11 - Déformations de la voûte en fonction de la charge.

### a) Influence de la hauteur du remblai

Si la hauteur de remblai au-dessus de la voûte est faible, la voûte s'aplatit fortement à la clé prenant la forme d'une ellipse. Par contre pour les grandes hauteurs de remblais la déformation est d'abord plus faible, plus régulière et la déformée reste très peu différente d'un cercle.

### b) Influence de la surcharge

Le graphique n° 11 montre l'évolution de la déformation  $\frac{\Delta\phi}{\phi}$  en fonction de la surcharge. Pour  $l > L_c$

on constate:

- un premier décrochement de  $\frac{\Delta\phi}{\phi}$  correspondant à l'enlèvement du gabarit et de la première mise en charge du remblai

- un long palier assez important

- un deuxième décrochement correspondant à des ruptures d'armature.

Le phénomène d'autostabilité intervient et la voûte reste stable avec une nouvelle géométrie. La déformation augmente jusqu'à la rupture totale de l'ouvrage.

## IV. ETUDE THEORIQUE

On considère l'équilibre d'un voussoir de terre. On suppose que le terrain exerce sur la voûte une pression uniforme  $p_0$  et on néglige le poids propre du voussoir.

Du fait de l'existence dans le massif armé de deux zones et du type de distribution des efforts de traction le long des armatures (le maximum n'étant pas sur le parement), introduisons un coefficient  $\lambda$  variant de 0 à 1 permettant de caractériser la zone active. Dans les murs en terre armée ne supportant pas de surcharge,  $\lambda$  est de l'ordre de 0,30 pour le parement à écailles et 0,22 pour le parement métallique.

L'équilibre d'un élément radial ( $R+1, R+1+d1$ ) de ce volume de terre s'écrit:

$$0 < 1 < \lambda L \quad \tau < 0$$

$$dp - 2\tau dl \cos \frac{\theta}{2} - 2q dl \sin \frac{\theta}{2} = 0 \quad (1)$$

$$\lambda L < 1 \leq L \quad \tau > 0$$

$$dp + 2\tau dl \cos \frac{\theta}{2} - 2q dl \sin \frac{\theta}{2} = 0 \quad (2)$$

Si nous définissons la pression moyenne radiale

par la relation  $p = \frac{P(1)}{(R+1)\theta}$ , les équations (1)

(2) deviennent alors:

$$\tau < 0 \quad \frac{dp}{p} = \frac{dl}{R+1} \left( -1 + \frac{\tau}{p} \frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\theta/2} + \frac{q}{p} \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\theta/2} \right)$$

$$\tau > 0 \quad \frac{dp}{p} = \frac{dl}{R+1} \left( -1 - \frac{\tau}{p} \frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\theta/2} + \frac{q}{p} \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\theta/2} \right)$$

En faisant l'hypothèse  $\frac{q}{p} = K = cte$ ,  $\frac{\tau}{p} = fk = cte$

on trouve:

$$\tau < 0 \quad p_n = A_n \left(1 + \frac{L}{R}\right)^{\alpha_1} \text{ avec}$$

$$\alpha_1 = -1 + fk \frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\theta/2} + K \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\theta/2}$$

$$\tau > 0 \quad p_p = A_p \left(1 + \frac{L}{R}\right)^{\alpha_2} \text{ avec}$$

$$\alpha_2 = -1 - fk \frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\theta/2} + K \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\theta/2}$$

Les conditions aux limites et la continuité des solutions au point  $\lambda L$  permettent de déterminer les constantes  $A_n$  et  $A_p$

$$A_p = p_0 \left(1 + \frac{L}{R}\right)^{-\alpha_2}$$

$$A_n = p_0 \left(1 + \frac{L}{R}\right)^{-\alpha_2} \left(1 + \frac{L}{R}\right)^{\alpha_2 - \alpha_1}$$

En supposant l'angle du voussoir  $\theta$  petit on en déduit que le coefficient  $\alpha_1$  est positif et  $\alpha_2$  négatif. La pression radiale croît donc à partir du parement jusqu'au point  $L$  puis décroît pour atteindre la valeur  $p_0$ . L'étude expérimentale a bien confirmé cette évolution.

La traction dans l'armature est  $T = 2 \int_0^L \tau dl$  avec  $\tau = fkp.p$

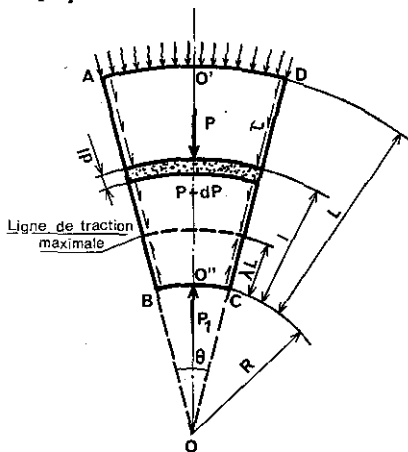


Fig. 12 - Equilibre du voussoir de terre.

L'application numérique de ce calcul théorique donne un écart très important entre les valeurs théorique et expérimentale (5 fois) qui est essentiellement dû à l'imprécision sur la valeur du coefficient de frottement sol/armature, sur l'état du sol.

## CONCLUSIONS

Ce travail a été facilité par l'application de l'analyse dimensionnelle qui aboutit à la formulation de la pression critique de rupture:

$$p_r = g(\varphi, f) \frac{R_T}{R^2} \cdot \frac{1}{\theta}$$

$R_T$  : résistance des armatures  
 $R$  : rayon du tunnel  
 $\theta$  : angle du voussoir

L'étude expérimentale a permis de mettre en évidence la notion importante de longueur critique et d'autostabilité des voûtes en terre armée. Une voûte dont la longueur des armatures est inférieure à la longueur critique, peut dans une certaine limite, modifier sa géométrie c'est-à-dire diminuer son rayon, pour atteindre un nouvel état d'équilibre.

L'application du calcul théorique proposé nécessite une meilleure connaissance quantitative du comportement des voûtes.

Remerciements : Nous remercions M. BAGUELIN, Chef du Département des Sols et Fondations du Laboratoire Central des Ponts et Chaussées et M. SCHLOSSER Professeur à l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées de l'intérêt porté à cette étude.

## BIBLIOGRAPHIE :

C. BEHNIA

"Etude des voûtes en terre armée"  
 Rapport de recherches n° 28 des L.P.C. Mars 1973

F. SCHLOSSER, NGUYEN THANH LONG

"Dimensionnement des ouvrages en terre armée : murs et culées"

Formation permanente de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.