

BACOT J. et LAREAL P.

Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, France

Calcul de la hauteur critique de rupture de murs en terre armée d'après étude sur modèles réduits**Calculation of the critical height of failure for reinforced earth walls based on model studies**

This paper presents the studies which have been carried out on tridimensional reduced scale models (1/10) made of reinforced earth and constructed to failure. A method of calculating the critical height H_C based on the observed location of the failure plane in relation to different parameters (e.g. number of strips per unit surface of facing, length of the strips, etc.) has been developed, assuming a trapezoidal failure wedge.

This method allows the wall to be considered as a whole. It explains the existence of an average anisotropic cohesion in relation to the geometry of the reinforced mass, and confirms the cohesion formula resulting from the theoretical study of a sample of reinforced sand. A comparison is also given between theoretical results and tests on reduced scale models.

INTRODUCTION

Depuis toujours, les constructeurs ont essayé d'utiliser la terre comme matériau de construction, à cause de son faible coût ; mais dans beaucoup de cas, les propriétés mécaniques sont faibles : en particulier dans le cas de sol non cohérent, la résistance à la traction est nulle. Pour remédier à cet état, plusieurs procédés peuvent être envisagés pour renforcer la terre dans les directions où elle est sollicitée, notamment en introduisant des armatures, qui sont des éléments linéaires ayant une dimension (la longueur L) très supérieure aux deux autres (la largeur l et l'épaisseur e).

Ce procédé est un procédé purement physique, basé sur le frottement terre-armature. Ce renforcement confère au matériau ainsi créé une caractéristique nouvelle : la "pseudo-cohésion". H. VIDAL (1969) a développé ce procédé sous l'appellation de "terre armée".

Dans le cadre de recherches concertées avec

le Laboratoire Central des Ponts et Chaussées de PARIS, le Service Géotechnique de l'Institut National des Sciences Appliquées de LYON a réalisé une étude expérimentale de la rupture de murs en terre armée construits au Laboratoire à l'échelle 1/10°.

L'examen systématique de quelques 170 essais de rupture a permis de proposer (BACOT, 1974) la méthode du coin trapézoïdal pour le calcul de la hauteur de ruine. Cette méthode, et la comparaison des résultats théoriques et expérimentaux sont présentées ci-après.

1 - LE MODELE REDUIT (Figure 1)

Les dimensions du mur sont :

H_C	: hauteur maximum	: 1 m
B	: largeur	: 1 m
D	: - profondeur	: 0,63 m
	pour $H_C \leq 0,50$ m	
	- profondeur	: 1 m
	pour $H_C > 0,50$ m	

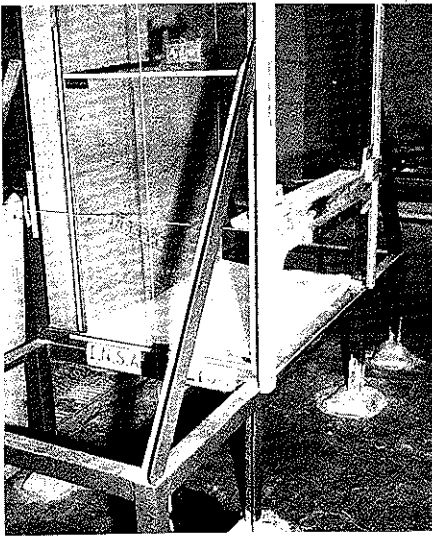


Fig. 1 : Vue de la cuve d'essais

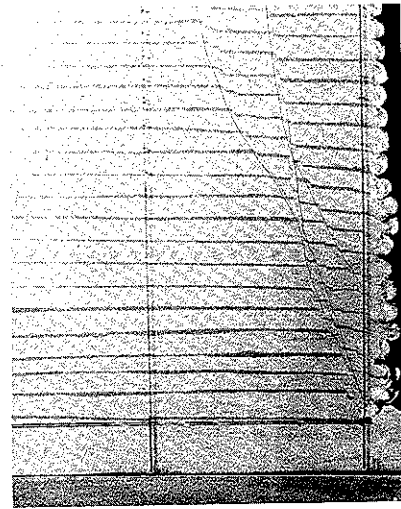


Fig. 2 : Visualisation de la ligne de rupture

Le sol est un sable de granulométrie uniforme (diamètre moyen des grains 200μ), de densité égale à 1,5 en moyenne.

Les peaux sont de profil semi-elliptique, de hauteur $\Delta H = 2,5 \text{ cm}$, constituées en aluminium d'épaisseur $0,3 \text{ mm}$. Elles sont assemblées par agrafage.

Les armatures sont en papier d'aluminium de résistance égale à 503 g/cm pour une épaisseur de 9μ , et de 990 g/cm pour une épaisseur de 18μ . Elles sont rendues solidaires des peaux à l'aide de papier autocollant.

2 - PRINCIPE DE L'ESSAI SUR MODELE REDUIT

Après avoir confectionné une couche de fondation dont l'épaisseur est de 5 cm (pour tous les essais), on place une hauteur de "peaux en butée" égale au $1/10^{\text{ème}}$ de la hauteur probable de ruine : H_c . En déplaçant un guide vertical (qui ne maintient que la peau en cours de pose), on dégage ainsi un parement vertical, qui lors de la ruine par autodestruction viendra s'appuyer sur un écran placé légèrement en aval, de telle sorte que le déplacement est limité à celui qui est nécessaire pour laisser apparaître la forme de la ligne de rupture ; cela est rendu possible par dépôt de sable coloré au niveau des intercouches distantes de $\Delta H = 2,5 \text{ cm}$ (Figure 2).

◆ Les cas extrêmes sont les suivants :

- défaut général d'adhérence (aucune armature rompue)
- défaut général de résistance des armatures
- renversement du mur.

3 - EXPLOITATION DES RESULTATS

Soit le cas d'un mur en terre armée, comportant des armatures de longueur L réparties de façon uniforme dans l'espace (distance entre deux niveaux : ΔH ; distance entre deux armatures à un même niveau : b). Le parement constitué d'éléments semi-elliptiques, est vertical ; les couches de sol et les armatures sont horizontales. La densité moyenne est égale à 1,5 et l'angle de frottement interne ϕ du matériau est de 37° . Sa cohésion est nulle. Le remblai à l'arrière de la zone armée a les mêmes caractéristiques. L'équilibre critique est atteint quand le massif se rompt sous son propre poids. La rupture est due en partie à un défaut de résistance des armatures (partie basse du mur) et en partie à un défaut d'adhérence (partie haute du mur) : c'est le cas général constaté après autopsie du mur (◆). Tant que les armatures ont une longueur inférieure à $H_c \cdot \cotg \theta$, on constate l'existence de deux lignes de rupture (Figure 3).

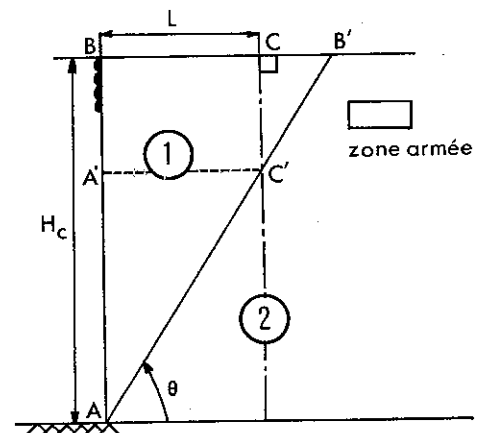


Fig. 3 : Coin trapézoïdal de rupture

- la ligne de rupture majeure AC'C telle que C'C soit perpendiculaire à la surface libre, et coïncide avec la trace du plan fictif passant par les extrémités libres des armatures.
- la ligne de rupture mineure C'B'.

Il se développe donc un coin de rupture C'CB' à l'arrière du massif armé, tandis qu'un "coin trapézoïdal" de rupture ABCC' se développe à l'intérieur même de la zone armée.

Ainsi la stabilité de l'ouvrage est assurée tant que les forces qui se développent le long de AC' (zone armée où une partie des armatures ont leur extrémité libre dans la zone résistante (2)) résistent à la poussée du coin C'CB'.

Le mouvement du coin trapézoïdal de rupture ABCC' vers l'extérieur du massif est tel qu'il autorise le déplacement nécessaire au développement de la poussée due au coin C'CB'; en effet, la longueur d'armature ancrée dans la zone (2) est telle que le déplacement du parment sur une hauteur AA' reste inférieur à celui qui serait nécessaire pour mobiliser la poussée relative à un coin de poussée à l'arrière de la zone armée, à partir du pied du mur.

Il en résulte l'apparition d'une force de frottement le long de l'écran fictif C'C égale à $P.tg\phi$, si P représente la composante horizontale de la poussée due au coin C'CB'.

L'équilibre du coin trapézoïdal de rupture ABCC', en considérant le système de forces suivant : (Figure 4)

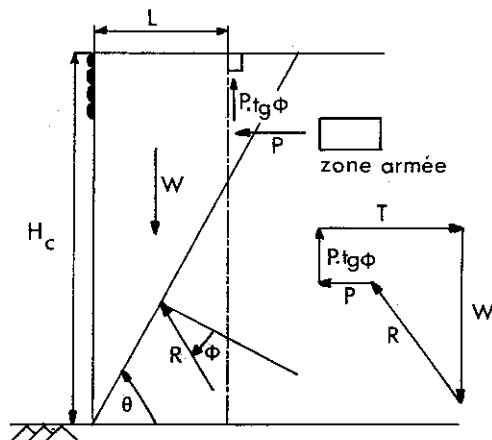


Fig. 4 : Equilibre du coin trapézoïdal

- W = poids du coin trapézoïdal (par b unités de largeur)
- R = réaction de la zone (2) le long de AC' (résistance de frottement)
- T = effort de traction dans les armatures qui sont en partie ancrées dans la zone (2).

P = poussée due au coin C'CB'

P.tg phi = force de frottement le long de CC'.

s'écrit au moment de la rupture :

$$T = P + R \sin(\theta - \phi)$$

$$\text{mais } R \cos(\theta - \phi) = W - P.tg\phi$$

d'où il résulte :

$$T = P(1 - tg\theta.tg(\theta - \phi)) + W.tg(\theta - \phi).$$

En posant $L = k.H_c$ (au moment de la rupture et en exprimant chacune des forces en fonction des paramètres communs, nous obtenons :

$$H_c = \frac{R_T}{b \cdot \gamma \cdot \Delta H} \cdot \frac{k_{py}}{k_{ay}} \cdot \frac{2 \cos \phi}{\frac{(1 - k \operatorname{tg} \theta)^2}{k} + \frac{\cos \phi (2 - k \operatorname{tg} \theta)}{k_{ay}}}$$

La relation précédente relie la valeur de

$k = \frac{L}{H_c}$ à H_c , hauteur critique de rupture du massif.

La calcul a priori de la longueur des armatures à mettre en oeuvre eu égard les conditions imposées sur les paramètres R_T , b, ΔH , γ et ϕ devient alors possible. Il suffit de chercher la valeur de k telle que $H = H_c$, d'où il s'ensuit le calcul de la longueur des armatures $L = k.H_c$.

Mais compte-tenu des hypothèses, le domaine de validité de la formule $H_c = f(k)$ est lié à un domaine borné de la valeur de k. Il faut connaître la valeur minimale de k, k_{min} , telle que la rupture du massif soit une rupture où il y ait au moins une rangée d'armatures qui cèdent (défaut de stabilité interne dû à un défaut de résistance à la traction des armatures). Il faut donc que la condition de non glissement soit vérifiée au moins au niveau du pied du mur (rang n° 0).

Pour une épaisseur du mur égale à b, cette condition s'écrit :

$$\frac{dF}{2 \cdot \sigma \cdot dl} < f$$

f : frottement sol-armature.

Dans le cas de la Figure 3, l'armature située au niveau C ne glissant pas, c'est jusqu'à ce niveau que la condition de non glissement doit être vérifiée. Si les efforts horizontaux repris par les armatures entre le niveau A et C n'excèdent pas pour chacun, et pour b unités de largeur, la valeur R_T , le massif sera stable. L'effort maximum que peut supporter une armature dans cette zone est donc tel que $T_{max} = R_T$.

On atteint l'équilibre limite pour :

$$f = \frac{R_T}{2 \cdot \gamma \cdot k \cdot H^2 (1 - k \operatorname{tg} \theta)}$$

ou encore :

$$H^2 = \frac{A}{k (1 - k \operatorname{tg} \theta)} \quad \text{avec } A = \frac{R_T}{2 \cdot f \cdot \gamma}$$

La valeur minimale de H qui vérifie cette relation permettra de calculer la valeur correspondante de k, soit k_{\min} :

$$\frac{dH}{dk} = \frac{-A (-2k \operatorname{tg} \theta + 1)}{k^2 (1 - k \operatorname{tg} \theta)^2}$$

Cette quantité s'annule pour $k = \frac{1}{2 \cdot \operatorname{tg} \theta} = k_{\min}$

On remarquera que cette dernière relation, $k = 1/2 \operatorname{tg} \theta$, extrêmement simple, relie une caractéristique physique du matériau ϕ , et par conséquent le frottement maximum mobilisable (frottement sol-sol), à une caractéristique géométrique de l'ouvrage: $k = L/H_C$, qui est l'inverse d'un élancement. Le matériau "terre armée" n'existe pas en tant que tel. En associant de la terre et des armatures, il faut considérer le volume armé, et on pourra le caractériser, par exemple, par l'inverse de son élancement (pour une épaisseur unité).

ROMSTAD et al. (1978) s'inspirent dudit concept (BACOT, 1974) et proposent l'utilisation directe du paramètre sans dimension H_C/L , qui est l'élancement du massif armé. (Figure 5).

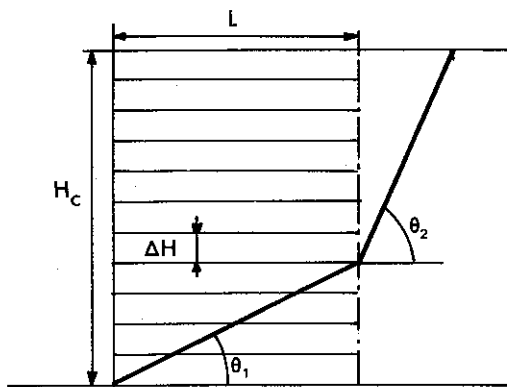


Fig. 5 : Schéma de rupture (d'après ROMSTAD et al.)

4 - EXPLOITATION THEORIQUE $H_C = B \cdot f(k)$

Recherche du domaine de validité.

Pour un matériau donné ($\phi \neq 0, c=0$) on peut tracer la courbe : $H_C = f(L)$. (Figure 6)

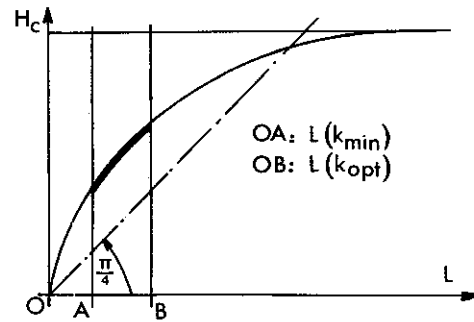


Fig. 6 : Courbe $H_C = f(L)$; domaine de validité : AB

La borne supérieure du paramètre sans dimension k, est obtenue quand le schéma de rupture évolue (en fonction des différents paramètres physiques ou géométriques de l'ouvrage), de telle sorte que la poussée due au coin C'CB' ne puisse plus se développer (Figure 7) :

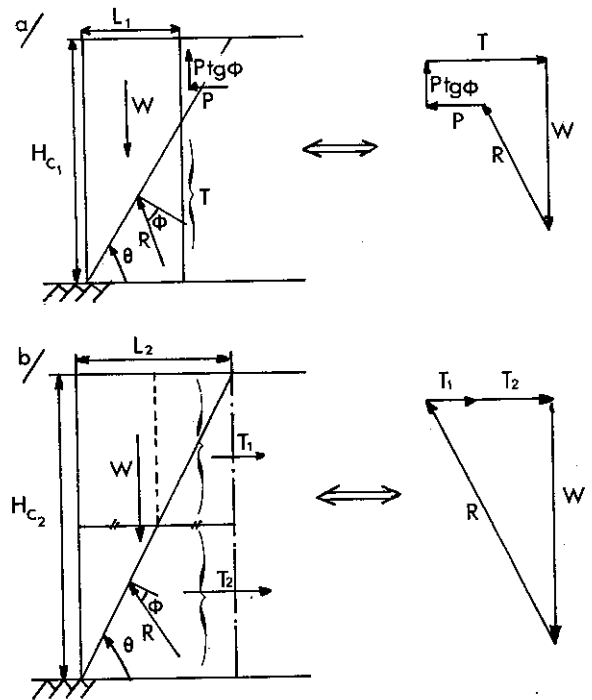


Fig. 7 : Evolution du schéma de rupture en fonction de la valeur de k.

Dans ce cas particulier, on détermine la valeur de k en portant sur la courbe de la Figure 6 une droite $H_C = L$.

Ainsi, la valeur de H_C sera la somme de deux termes :

- le premier est $L = k.H_C$
- le second C présente un optimum.

D'où : $H_C = L + C = k.H_C + C$

Soit encore : $C = (1 - k) H_C$.

L'étude du terme C ainsi défini, montre qu'il est possible de lier cette valeur qui compose en partie, et selon notre schéma, la hauteur H_C , à une contrainte induite σ'_0 , par la relation :

$$c = \frac{\sigma'_0}{\gamma}$$

σ'_0 est dirigée suivant la verticale. C'est la représentation de la pseudo-cohéision - qui naît du frottement scl-armature - dans le plan (σ_v, σ_h) . Ayant vérifié, à l'essai triaxial, que la présence d'armatures équivaut à une cohésion c définie dans le plan de rupture, on assigne à σ'_0 la signification physique liée à σ_0 dans le plan (σ_1, σ_3) lors de l'exploitation théorique d'un essai triaxial sur un échantillon armé de disques d'armatures. Il est alors possible de comparer ce résultat à celui obtenu lors de l'étude d'un échantillon de terre armée à l'appareil triaxial (SCHLOSSER, LONG et al., 1972).

Il y a été démontré que la cohésion anisotrope c a pour valeur :

$$c = \frac{R_T}{\Delta H} \cdot \frac{\sqrt{k_{PY}}}{2} = \frac{\sigma'_0}{2 \sqrt{k_{PY}}}$$

En attribuant à σ'_0 la même signification qu'au terme σ_0 , on a (Figure 8) :

$$\sigma_v = a_1 \sigma_h + \sigma'_0 \quad \text{si} \quad \sigma_1 = a_2 \sigma_3 + \sigma_0$$

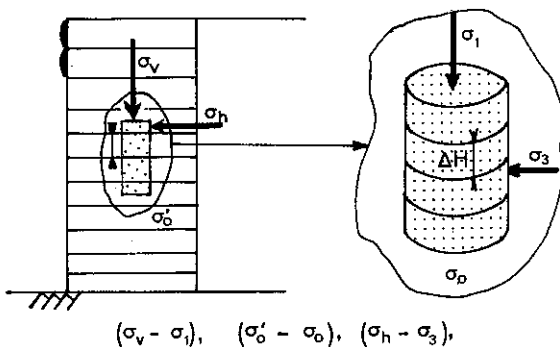


Fig. 8 : Analogie (σ_v, σ_h) et (σ_1, σ_3)

Mais au terme σ_0 correspond la valeur de c dans le plan de rupture (σ, τ) , et par conséquent dans le plan de rupture du massif armé, σ'_0 correspond à c' selon la relation :

$$c' = \frac{\sigma'_0}{2 \sqrt{k_{PY}}} = \frac{R_T}{\Delta H} \cdot \frac{\sqrt{k_{PY}}}{2} \cdot g(k)$$

La valeur de la cohésion induite ainsi calculée, est une valeur moyenne liée à la géométrie de l'ouvrage. Cette valeur prend en compte l'effet de la pesanteur (σ_v) alors que le calcul de la cohésion à partir de l'essai triaxial néglige l'influence du poids propre de l'échantillon devant l'effet des contraintes extérieures $(\sigma_1$ et $\sigma_3)$.

Le maximum de c' correspond à une valeur de k égale à :

$$k_{opt} = 2 k_{min} = \frac{1}{tg \theta}$$

Cette valeur de k rend la fonction $f(k)$ dans l'expression :

$$H_C = \frac{2 R_T}{\gamma \cdot b \cdot \Delta H \cdot k_{ay}} \cdot f(k)$$

égale à 1. Dans ce cas, nous vérifions qu'à cette valeur k_{opt} correspond le diagramme triangulaire (cf. Figure 7). C'est donc la borne supérieure du domaine de validité de la fonction $f(k)$: $k_{min} \leq k \leq k_{opt}$.

5 - COMPARAISON AVEC LES RESULTATS EXPERIMENTAUX.

Nous donnons, ci-après, les caractéristiques communes d'une série de 13 essais effectués dans la cuve décrite au paragraphe 1 :

Densité moyenne $\gamma_d/\gamma_w = 1.485$ (sur les 13 essais)

$R_T = 700$ gf, $b = 10$ cm, $l = 8$ mm, $e = 18 \mu$

Le graphe de la Figure 9 montre la bonne correspondance entre les résultats théoriques et expérimentaux.

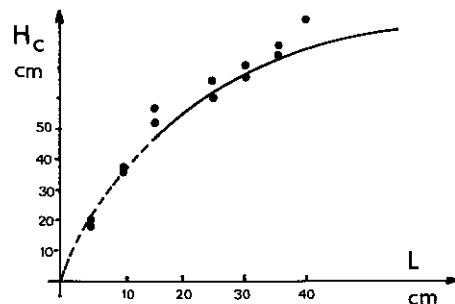


Fig. 9 : Correspondance entre résultats théoriques et expérimentaux.

La longueur calculée de k_{min} est de : 0,249.
La longueur L des armatures associée à cette valeur est de 19 cm, compte-tenu des paramètres R_T , b et γ_d/γ_w . On constate après autopsy des différents essais, que seuls les essais pour lesquels $L \leq 15$ cm étaient ruinés par défaut d'adhérence (pas d'armature cassée).

$$H_c = \frac{4c}{\gamma} \sqrt{k_{py}} = \frac{4}{\gamma} \left(\frac{R_T}{\Delta H} \cdot \frac{\sqrt{k_{py}}}{2} \right) \sqrt{k_{py}}$$

$$\text{soit } H_c = \frac{2 R_T}{\gamma \cdot \Delta H \cdot k_{ay}}$$

6 - DEVELOPPEMENTS RECENTS DU CALCUL THEORIQUE DE LA HAUTEUR DE RUPTURE H_c , POUR $k > 1/\text{tg } \theta$.

L'analyse des résultats expérimentaux sur la base de la théorie qui a été développée, conduit à faire les remarques suivantes :

a) la quantité $b(H_c/R_T)$ tend vers une limite quand k augmente.

b) le rapport i/n tend vers l'unité quand k augmente.

i : nombre de rangs où il y a cassure d'armature

n : nombre total de rangs à la rupture.

c) L'autopsie des murs, après rupture, montre que les longueurs d'armatures restant liées aux éléments de pcaux, n'excèdent jamais L/2 (ILTIS, LATOUR, 1976).

Ces remarques ont conduit à proposer un schéma de rupture pour des massifs dont la géométrie est supérieure à k_{opt} , sans jamais toutefois dépasser $2 k_{opt}$: en effet, la remarque c) montre que lorsque $i = n$, l'armature du niveau n est ancrée d'une longueur L/2 dans la partie fixe du massif. Elle peut donc se rompre en son milieu, et toute longueur supplémentaire est inutile.

La longueur maximum des armatures est donc :

$$L = 2 k_{opt} \cdot H_c$$

L'expression de la hauteur critique pour $k_{opt} \leq k \leq 2 k_{opt}$ est :

$$H_c = \frac{R_T}{\gamma \cdot b \cdot \Delta H \cdot k_{ay}} \cdot \frac{k^2 \text{tg } \theta + 5k - 2\text{tg}(\theta - \phi)}{3k}$$

Il y a continuité avec la courbe $H_c = f(k)$ définie dans le domaine $k_{min} \leq k \leq k_{opt}$. Pour $k = 2 k_{opt}$, on vérifie que :

$$H_c = \frac{2 R_T}{\gamma \cdot b \cdot \Delta H \cdot k_{ay}}$$

Ce résultat montre en outre, que si on cherche la hauteur de rupture H_c d'une tranchée creusée dans un matériau dont la cohésion c est :

$$c = \frac{R_T}{\Delta H} \cdot \frac{\sqrt{k_{py}}}{2}$$

On obtient :

(pour une largeur du massif égale à b unités)
Cela montre que la valeur de cohésion mesurée à l'appareil triaxial est une valeur maximum.

CONCLUSION

L'adoption du coin de rupture "trapézoïdal" - mis en évidence dès 1974 - a permis de proposer des expressions théoriques de la hauteur critique de rupture H_c de murs en terre armée. Cette hauteur est notamment fonction de la géométrie du mur et en particulier de L/H_c . Les observations effectuées sur modèles réduits tridimensionnels ont permis de vérifier dans une large mesure la validité de ces expressions. Il a été de plus mis en évidence que la "cohésion" induite par les armatures est une caractéristique liée au volume de la zone armée.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- BACOT, J. (1974) "Etude théorique et expérimentale de soutènements réalisés en terre armée". Thèse (n° 151). Université Cl. Bernard - LYON (France)
- ILTIS, M., LATOUR, B. (1976). Rapport interne I.N.S.A. - E.C.L. - LYON (France)
- ROMSTAD, K.M., AL YASSIN, Z., et al. (1978) "Stability analysis of reinforced earth retaining structures" ASCE Spring Convention. Preprint n° 3173. PITTSBURGH (P.A.) (U.S.A.)
- SCHLOSSER, F., LONG, N.T., et al. (1972) "Etude de la terre armée à l'appareil triaxial". Rapport de recherche n° 17, L.C.P.C., PARIS (France)
- VIDAL, H. (1969) "La terre armée". Annales de l'I.T.B.T.P. n° 259.260, (France).