

STEFANI C. et LONG N.T.

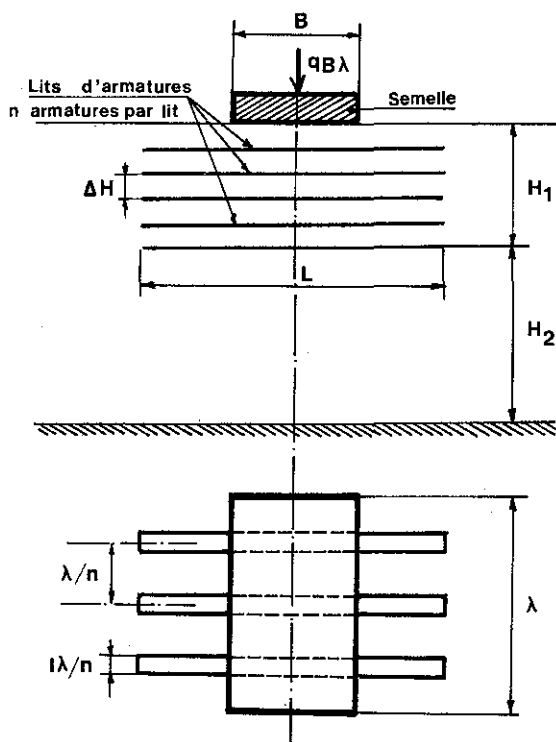
Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, France

Etude sur modèles réduits des radiers en terre armée à la rupture**Model studies of reinforced earth slabs at failure**

This paper presents the principal results of model studies of the behaviour of reinforced earth slabs subjected to vertical loading. The bearing capacity of the slabs are investigated for the various possible failure mode. Good agreement is obtained between experimental results and theoretical calculations, and a design method is proposed.

I NOTE

Une communication des mêmes auteurs sur les massifs armés semi-infinis peut constituer une utile introduction à la présente étude, sa lecture est vivement conseillée mais non obligatoire, les rappels nécessaires ayant été effectués (sauf pour la note historique).

II ANALYSE DIMENSIONNELLE

Le modèle de radier peut se schématiser comme le montre la figure ci-contre.

Liste des paramètres		dimensions M L T
H_1	Hauteur du radier	0 1 0
H_2	Hauteur de sol entre radier et substratum	0 1 0
ΔH	Ecart vertical entre les lits d'armatures	0 1 0
L	Longueur des armatures	0 1 0
B	Largeur de la semelle	0 1 0
λ	Longueur de la semelle (en tridimensionnel)	0 1 0
q	Pression moyenne sous la semelle	1-1-2
R_r	Résistance à la traction d'un lit d'armatures par unité de λ	1 0-2
γ_r	Poids spécifique du sol constituant le radier	1-2-2
γ_s	Poids spécifique du sol sous le radier	1-2-2
φ_r	Angle de frottement du sol constituant le radier	0 0 0
φ_s	Angle de frottement du sol sous le radier	0 0 0
f	Coefficient de frottement sol-armature	0 0 0
E_s/E_r	Rapport des modules d'Young sol-armature	0 0 0
l	Largeur d'armatures par unité de λ	0 0 0
W	Tassement sous la semelle	0 1 0

Les sols utilisés sont purement frottants.

La semelle, de dimensions B et λ , repose sur un radier armé dans une direction, parallèle à la largeur B. Ce radier est constitué de lits identiques, dont la résistance globale à la traction est $R_r \lambda$ et dont la largeur cumulée des armatures est $l \lambda$. Nous considérons que, toutes choses égales par ailleurs, l'épaisseur des armatures n'intervient pas dans le phénomène si elle est petite devant leur largeur; de même pour n, nombre d'armatures par lit, si l'on suppose la contrainte uniforme sous la semelle. Le rapport E_s/E_c exprime le phénomène de déformation de l'armature au contact des grains du sol.

La matrice des dimensions est de rang 2 nous avons défini l'essai par 16 paramètres principaux, le phénomène peut donc être décrit par 14 facteurs adimensionnels indépendants. Nous les choisissons de manière à leur donner un sens géométrique ou physique:

$$\frac{qB}{R_r} = \Phi \left[\frac{B}{\lambda}, \frac{B}{L}, \frac{B}{H_1}, \frac{H_1}{H_2}, \frac{B}{\Delta H}, 1, \varphi_1, \varphi_2, \frac{\gamma_1}{\gamma_2}, \frac{E_s}{E_c}, f, \frac{R_r}{\gamma_1 B \Delta H}, \frac{W}{B} \right]$$

qB/R_r , à qui nous donnons un rôle privilégié représente le rapport des efforts actif et résistant, les six premiers paramètres définissent la géométrie du radier, les trois suivants caractérisent le sol, puis deux le contact sol-armature, W/B est le tassement relatif, et nous noterons que $R_r/\Delta H$ est la résistance surfacique à la traction du sol armé. Les paramètres B/λ et l n'interviendront pas en modèle bidimensionnel. La formulation de $q_r B/R_r$, où q_r désigne la capacité portante, pourra ne pas faire intervenir W/B , par exemple, car il existe une liaison supplémentaire.

III ÉTUDE EN MODÈLE BIDIMENSIONNEL

1 Description du modèle

Nous utilisons le modèle réduit adopté pour l'étude des massifs armés semi-infinis, soit le modèle de Schneebeli, avec quelques modifications. Les rouleaux de 50 mm de longueur sont de diamètre 1 et 2 mm en proportion 3/7 et 4/7, les caractéristiques du sol obtenu sont: $\gamma_1 = 78 \text{ kNm}^{-3}$, $\gamma_2 = 61 \text{ kNm}^{-3}$ et $\varphi = 27^\circ$.

Les armatures en aluminium ont toutes une épaisseur de $9 \mu\text{m}$ et une largeur de 50 mm, le

milieu est donc stratifié, ce qui correspond bien à la notion de modèle bidimensionnel. R_r est voisin de 460 Nm^{-1} (dispersion 3%) et la longueur des armatures est variable: 12, 25, 34, 65 et 125 cm. Les essais de traction effectués sur des armatures noyées dans un empilement de rouleaux fournissent pour le coefficient de frottement la valeur 0,5.

La charge est cette fois appliquée à l'aide d'un vérin pneumatique, solidaire du bâti, sur une semelle filante de largeur variable: 5, 10, 15, 20 et 30 cm. La semelle est rendue rugueuse par le collage d'une couche de rouleaux sur sa base.

L'étude porte sur l'influence des paramètres B et L sur la capacité portante, les paramètres géométriques fixes ayant pour valeur $H_1 = 6 \text{ cm}$, $H_2 = 40 \text{ cm}$, $\Delta H = 1 \text{ cm}$, les sols 1 et 2 sont identiques.

2 Suivi de l'essai

2-1 Observations générales

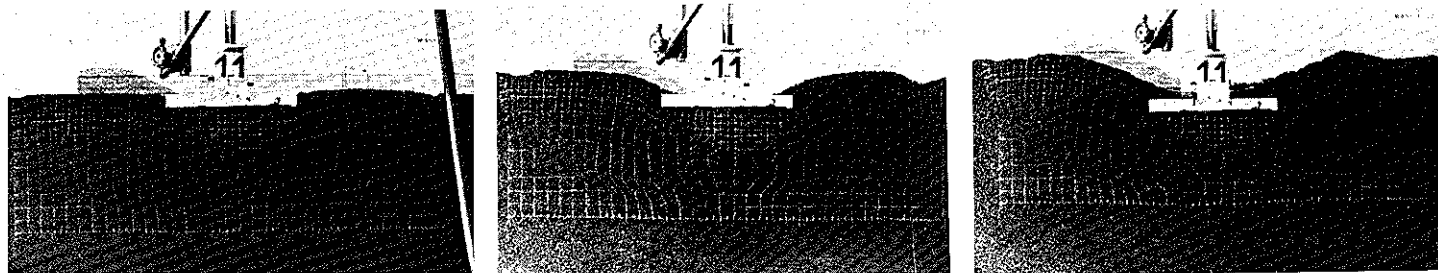
Vu les valeurs de B et ΔH choisies ($B/\Delta H \geq 5$) nous n'obtenons jamais de rupture locale du sol au sein de la première couche. A moins que L soit petit devant B, auquel cas l'armement est inefficace, la ruine de l'ouvrage s'effectue toujours par rupture d'armature.

Il y a de notables différences entre le comportement d'un radier et celui d'un massif semi-infini, en particulier la première armature du radier à se rompre est la plus profonde et les cassures progressent du bas vers le haut.

Nous verrons que s'il n'est pas petit devant B, L intervient peu dans le phénomène de rupture et qu'ainsi ce qui distingue principalement le radier du massif semi-infini n'est pas le caractère fini de la longueur des armatures mais le non armement du sous-sol.

2-2 Comportement d'un radier en cours de chargement

Nous décrivons ici l'essai de chargement d'un radier de caractéristiques moyennes: $B = 20 \text{ cm}$ $L = 65 \text{ cm}$.



Nous constatons, dès le début du chargement, un léger tassement du sol et un glissement de la ou des armatures superficielles. Ce glissement est mis en évidence par l'abaissement local du niveau de la surface libre au droit de l'extrémité de la première armature et par une légère contraction latérale de la partie supérieure du massif.

Au cours du chargement nous notons la formation d'un coin solidaire de la semelle dont l'intérieur ne subit aucune déformation et l'existence d'une base, dans le sol non armé qui, elle aussi, est non déformée. Les armatures marquent une très nette inflexion au passage de la frontière du coin.

Entre le coin et la base le sol non armé subit une déformation en tonneau identique à celle qu'il posséderait en l'absence du radier. Sur les côtés le sol est repoussé par le coin sans de notables distorsions excepté au contact avec la base non déformée. Les armatures s'opposent à ce déplacement latéral et, si elles sont assez longues, à la remontée du sol, ainsi les lignes initialement verticales restent normales aux armatures.

Lorsque la rupture intervient il y a discontinuité du quadrillage, donc des lignes d'armatures, au passage de la frontière du coin; le radier prend l'aspect d'un pli-faille et les distorsions sont extrêmes au contact avec la base. Au voisinage immédiat de la cassure les armatures sont très inclinées, presque verticales. Si les armatures superficielles ne sont pas rompues, elles sont entraînées par la descente du coin et subissent un glissement de grande amplitude qui perturbe la couche superficielle au point de mettre à jour la première armature.

2-3 Géométrie de la rupture

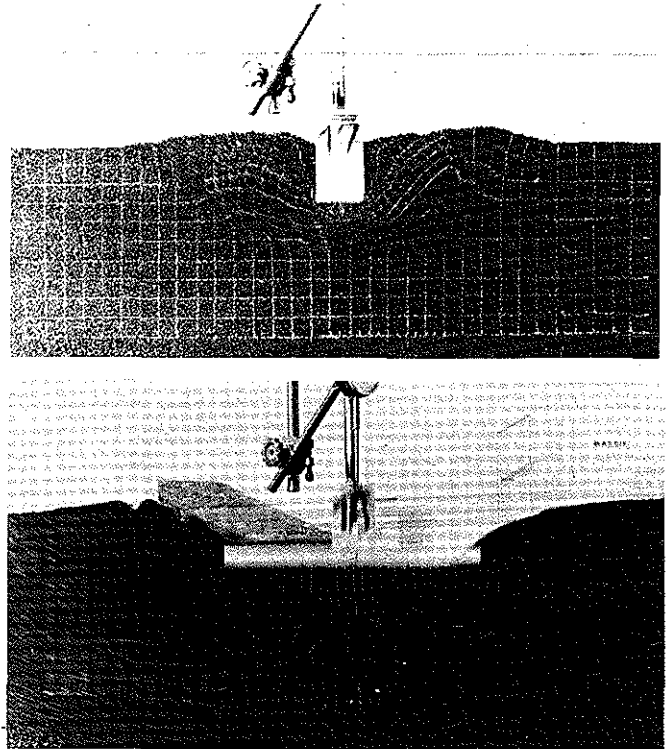
Certaines photographies effectuées à l'instant même de la rupture permettent de visualiser les lignes de rupture, limites entre les zones de sol en mouvement et de sol au repos.

Sur la dernière photographie on peut remarquer de chaque côté de la semelle un oeil de cyclone et, à gauche, le déferlement d'une vague de rouleaux.

Les dissymétries sont dues aux faibles rotations que subit la semelle malgré le système de fixation qui tend à les éviter, ainsi qu'au sol représenté par des rouleaux qui peut subir unilatéralement des réarrangements créant de fortes diminutions de contraintes.

La rupture (en dehors du coin) s'effectuant

dans le sol non armé, il est normal de retrouver le schéma classique avec recouplement de la surface libre horizontale sous un angle voisin de $\pi/4 + \varphi/2$. Nous n'avons pu mesurer précisément l'angle caractéristique β du coin, il est de l'ordre de 45° .



3 Capacité portante

3-1 Résultats de l'expérimentation

Nous donnons ci-après les conclusions qualitatives de cette série d'essais, les résultats numériques seront précisés, pour y être confrontés, après l'exposé d'une méthode théorique de dimensionnement proposée en 3-2.

Si la hauteur du coin est supérieure à celle du radier, la capacité portante q_r du radier croît avec L/B . Tant que L/B est suffisamment faible pour que l'ensemble des armatures soit inclus dans le coin, q_r reste égal à la capacité portante du sol non armé $q_{o,r}$; dès que L/B est voisin de l'unité, q_r reste pratiquement constant, égal à sa valeur maximale.

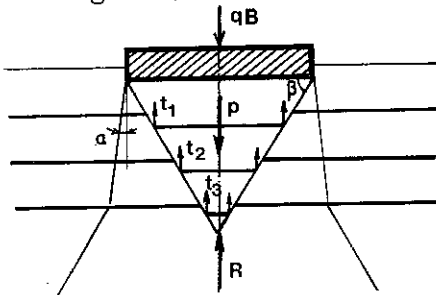
Si B/H_1 est assez faible pour qu'il existe des armatures sous la pointe inférieure du coin, et dans le cas où L/B est assez grand, q_r est proche de la capacité portante du massif armé semi-infini correspondant aux mêmes valeurs de B , ΔH et R_r .

La ruine a toujours lieu par rupture des armatures inférieures avec glissement de la ou des armatures superficielles (si B/H_1 et L/B sont assez grands, seul cas réaliste).

3-2 Méthode de dimensionnement proposée

Nous nous basons sur les constatations suivantes (cf communication sur les massifs semi-infinis): formation d'un coin solidaire de la semelle, sol en état de rupture au voisinage du coin avant cassure des armatures, enfin nette inflexion des armatures au passage de la frontière du coin de telle sorte que, dans un voisinage immédiat de la cassure, l'armature est quasi verticale (armatures d'inertie I, pour un axe normal au plan du modèle, très faible).

Le coin étant en général de grande dimension par rapport à la hauteur du radier (si B/H_1 est petit la formulation des massifs armés semi-infinis est valable) nous formulons l'hypothèse suivante: juste avant la rupture la traction dans une armature est égale à sa résistance maximale à moins que cette armature ne présente un défaut d'adhérence. Nous imposons en outre, dans la région armée, une diffusion uniforme des charges sous un angle α .



Pour une tranche d'épaisseur unité, juste avant la rupture, le coin est soumis à la charge qB , à son poids propre P , à la résultante des efforts de traction des armatures $T = 2 \sum t_i$ et à la réaction de butée du sol R , verticale.

$R-P$ représente la capacité portante du sol non armé calculée avec un angle caractéristique β qui s'écrit $1/2 \sum N(\varphi, \beta)$; l'étude a montré que $q_{o,r} = 1/2 \sum N_1(\varphi)$ où N_1 est N_y calculé selon la théorie de Meyerhoff, or pour $\varphi = 27^\circ$ et $\beta = \pi/4 + \varphi/2$ $N_1(\varphi)$ est voisin de $N(\varphi, \beta)$, on pourra donc écrire $R-P = q_{o,r}$, d'où $q_r = q_{o,r} + (2 \sum t_i)/B$ avec $t_i = R_r$ si l'armature i ($i=1$ pour l'armature la plus superficielle) ne glisse pas, $t_i < R_r$ sinon.

Appelons L_i la longueur unilatérale de la partie de l'armature i située dans la zone résistante (entre le coin et la droite de diffusion):

$$\begin{aligned} 1^{\text{er}} \text{ cas: } L &\leq B - 2i \frac{\Delta H}{\text{tg} \beta} & L_i &= 0 \\ 2^{\text{e}} \text{ cas: } B - 2i \frac{\Delta H}{\text{tg} \beta} &< L < B + 2it \text{tg} \alpha \Delta H & L_i &= \frac{L - B + 2i(\Delta H / \text{tg} \beta)}{2} \\ 3^{\text{e}} \text{ cas: } B + 2it \text{tg} \alpha \Delta H &< L & L_i &= i(\text{tg} \alpha + \frac{1}{\text{tg} \beta}) \Delta H \end{aligned}$$

L'armature i ne présentera pas de défaut d'adhérence à la ruine de l'ouvrage (en négligeant les forces de pesanteur devant les charges appliquées) si $f \cdot L_i \cdot q_r / (B + 2it \text{tg} \alpha \Delta H) > R_r$, ce qui s'écrit:

$$\begin{aligned} i > \frac{R_r}{2\Delta H} \frac{2 - \frac{f(L-B)q_r}{R_r}}{\frac{fq_r}{\text{tg} \beta} - 2\text{tg} \alpha \frac{R_r}{B}} & \text{ dans le 2}^{\text{e}} \text{ cas} \\ i > \frac{R_r}{2\Delta H} \frac{2}{f(\text{tg} \alpha + \frac{1}{\text{tg} \beta})q_r - 2\text{tg} \alpha \frac{R_r}{B}} & \text{ dans le 3}^{\text{e}} \text{ cas} \end{aligned}$$

et bien sûr $i \in \emptyset$ dans le premier cas. Ces expressions montrent que les armatures les plus sensibles au défaut d'adhérence sont les plus superficielles dans un même cas.

La méthode de dimensionnement proposée est la suivante:

-si B/H_1 est petit, coin de faible dimension devant l'épaisseur du radier, utiliser la formulation du massif armé semi-infini

-si le coin ne laisse qu'un faible pourcentage des armatures sous lui, calculer q_r selon la méthode générale (voir ci-après) en ignorant les armatures non atteintes

-cas général:
Supposons d'abord que tous les lits d'armatures se rompent, alors soit $q^1 = q_{o,r} + (2mR_r/B)$ si $m = H_1/\Delta H$, nombre de lits d'armatures. Nous examinons si les conditions de non glissement à la ruine sont vérifiées avec cette valeur q^1 ; si oui $q_r = q^1$, aucune armature ne pouvant glisser en cours de chargement, q croissant moins vite que la traction des armatures; sinon soit J l'ensemble des numéros des armatures qui présenteraient un défaut d'adhérence sous cette charge hypothétique.

Nous posons alors l'hypothèse que ces armatures i ($i \in J$), et elles seules, glissent sous la charge réelle q_r de rupture. Soit q^2 tel que:

$$\frac{2f}{B} q^2 \sum_{i \in J} L_i \frac{B}{B + 2it \text{tg} \alpha \Delta H} + \frac{2[m - \text{card}(J)]R_r}{B} = q^2 - q_{o,r}$$

Nous effectuons de nouveau les vérifications de non glissement pour les armatures i ($i \in J$) sous cette charge q^2 ; si elles s'avèrent alors $q_r = q^2$ puisque nous sommes assurés que les armatures i ($i \in J$) glissent sous la charge de rupture $q^2 < q^1$, les conditions de non glissement étant d'autant plus strictes que q_r est petit. Dans le cas contraire soit J' l'ensemble, contenant strictement J , des numéros des armatures qui glisseraient sous cette charge q^2 ; nous recommençons le processus avec J' à la place de J .

La diffusion des charges dans un massif armé s'effectue sous un angle α plus faible que

l'angle α' correspondant au sol non armé, or $tg\alpha'$ est souvent pris égal à 0,5, $tg\alpha$ sera donc petit devant 1. On remarque que si $tg\alpha = 0$ les calculs sont considérablement simplifiés, d'une part les expressions sont plus simples, d'autre part les appartenances des armatures d'un même radier aux 2^e ou 3^e cas de calcul de L sont exclusives ($L < B$ ou $B < L$); il suffira donc de vérifier les conditions d'adhérence à partir des armatures superficielles: dès que l'une adhère, les armatures sous-jacentes adhèrent. Pour toutes ces raisons nous imposons $tg\alpha = 0$.

Le paramètre β a été ajusté sur des essais où certaines armatures se trouvaient dans le cas 1, on trouve $tg\beta = 1,2$ ce qui donne un angle (50°) voisin de 45° comme il l'a été observé.

Nous donnons ci-après le tableau comparatif des résultats théoriques et expérimentaux avec le comportement théorique de chaque armature (o armature entièrement incluse dans le coin, → glissement, + rupture, ... armature sous le coin, ∞ calcul effectué selon la formulation des massifs armés semi-infinis).

B cm \ L cm	5	10	15	20	30
12	∞ th. 0,675 exp. 0,771	→ th. 0,659 exp. 0,560	→ th. 0,535 exp. 0,483	o th. 0,478 exp. 0,477	o th. 0,538 exp. 0,527
25	∞ th. 0,675 exp. 0,822	→ th. 0,659 exp. 0,602	→ th. 0,654 exp. 0,642	→ th. 0,645 exp. 0,693	o th. 0,617 exp. 0,618
34	∞ th. 0,675 exp. 0,754	→ th. 0,659 exp. 0,620	→ th. 0,654 exp. 0,665	→ th. 0,645 exp. 0,644	→ th. 0,713 exp. 0,642
65	∞ th. 0,675 exp. 0,754	→ th. 0,659 exp. 0,568	→ th. 0,654 exp. 0,659	→ th. 0,645 exp. 0,622	→ th. 0,713 exp. 0,654
125	∞ th. 0,675 exp. 0,709	→ th. 0,659 exp. 0,653	→ th. 0,654 exp. 0,666	→ th. 0,645 exp. 0,693	→ th. 0,713 exp. 0,745

$q_r \cdot 10^5 \text{ Nm}^{-2}$

IV ÉTUDE EN MODÈLE TRIDIMENSIONNEL

1 Description du modèle

Le sol est représenté par du sable de Fontainebleau non compacté de caractéristiques: $\gamma_s = 1,55 \cdot 10^4 \text{ Nm}^{-3}$ et $\varphi = 37^\circ$ (appareil triaxial) placé dans une cuve en plexiglas de dimensions 92·64·73 (cm) à fond de duralumin. Les armatures sont des bandes d'aluminium.

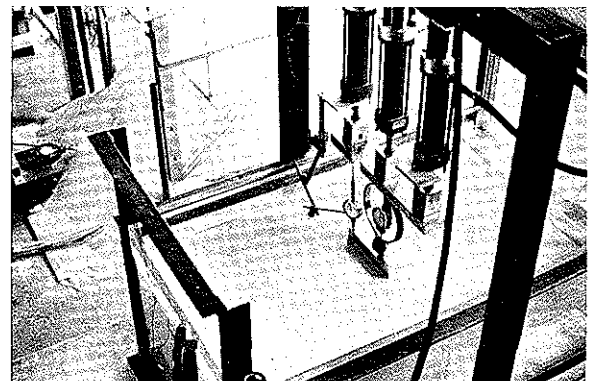
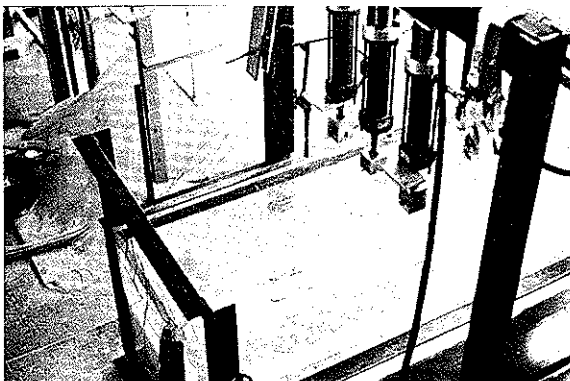
Le radier, de hauteur constante ($H_r = 6 \text{ cm}$) est constitué d'un nombre variable de lits comprenant chacun trois armatures équidistantes; la hauteur du sous-sol est fixe ($H_s = 40 \text{ cm}$). A la construction chaque couche de sable est arasée depuis le milieu vers les extrémités des armatures afin de les conserver tendues.

La charge est appliquée sur une semelle de longueur 20 cm et de largeur 8 cm par trois vérins pneumatiques en parallèle. L'effort est mesuré par dynamomètre et la rupture de chaque armature détectée par extinction de l'ampoule montée électriquement en série.

L'objet de l'étude est l'influence des paramètres R_r , ΔH et l sur le phénomène.

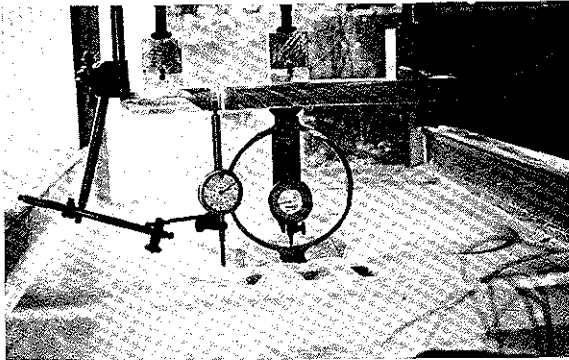
2 Suivi de l'essai

Nous notons l'enfoncement de la semelle et la formation de bourrelets de chaque côté de celle-ci; le radier cède toujours par rupture des lits profonds et glissement des lits superficiels avec entraînement du sable supérieur (si ΔH est assez faible); la première



re cassure est celle de l'armature centrale du lit inférieur. Ceci confirme les observations réalisées en modèle bidimensionnel, le fait que l'armature centrale soit la plus sollicitée reflète la non uniformité de la contrainte verticale sous la semelle due au caractère rigide de celle-ci et à la présence du substratum.

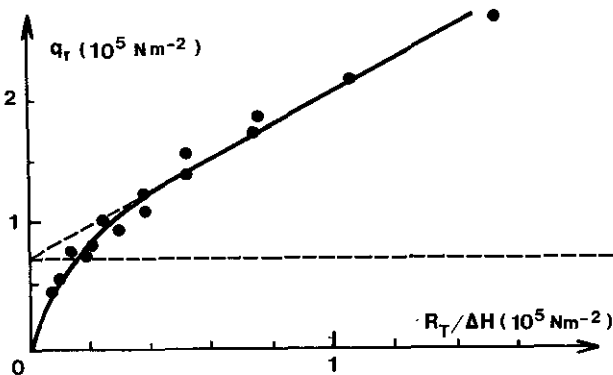
L'existence du coin n'est mise en évidence que par le relevé des cassures des armatures ($\text{tg}\beta=1,5$), aussi une série spéciale d'essais a-t-elle été effectuée sur des radiers de 4 lits avec des armatures de bronze (dimensions $1000 \times 15 \times 0,2$ (mm)) dont une par lit est équipée, sur les deux faces pour s'affranchir de leur flexion, de jauges de déformation espacées de 10 cm. Nous relevons deux maximums de traction dans l'armature supérieure, mais un seul en profondeur, le mode de rupture est ainsi confirmé; le grand espacement des jauges interdit l'exploitation quantitative.



3 Capacité portante

Nous nous sommes placés dans le cas où L/B étant assez grand q_r ne dépend plus de L , ce que nous avons vérifié en triplant chacun des essais avec trois valeurs distinctes de L choisies parmi 20, 30, 65 et 95 cm.

A l constant (armatures de largeur 20 mm), nous avons effectué des essais avec diverses valeurs de R_T et ΔH ($R_T=140; 365$ ou 758 Nm^{-1} , $\Delta H= 0,5; 0,75; 1; 1,5$ ou 2 cm). Nous constatons que l'ensemble des points ($R_T/\Delta H, q_r$) se place sur une courbe dont une première partie, relative à $R_T/\Delta H$ faible, passe par l'o-



rigine et correspond à une cassure d'armature précédant la rupture du sable, et dont la seconde partie, affine, correspond au seul cas réaliste de renforcement ($R_T/\Delta H$ grand). L'extrapolation de la partie affine lorsque $R_T/\Delta H$ tend vers zéro fournit la valeur de la capacité portante du sol non armé $q_{0,r}$.

A R_T et ΔH fixés (365 Nm^{-1} et $1,5$ cm), nous avons étudié l'influence de l ($l= 0,15; 0,3; 0,45; 0,6$ ou $0,9$). En fait, pour des raisons technologiques, R_T n'a pu être maintenu fixe et des corrections, établies à partir de la série précédente, ont été effectuées. Nous constatons que q_r croît avec l et que l'extrapolation pour l nul fournit également $q_{0,r}$.

La méthode théorique proposée pour le dimensionnement des radiers en III3-2 reste justifiée à condition de tenir compte du fait que l n'est plus systématiquement égal à i (milieu stratifié); il suffit de remplacer partout f par le produit $f \cdot l$. En donnant à $\text{tg}\beta$ la valeur 1,5 mesurée précédemment et en renouvelant l'hypothèse $\text{tg}\alpha= 0$, nous avons pu approcher tous les points expérimentaux accessibles à la méthode ($q_r \gg q_{0,r}$) à moins de 10% près (une exception: l'essai pour $l=0,9$) Cet ajustement nous a conduit à une valeur de f voisine de 1.

V CONCLUSION

L'étude expérimentale, portant sur des gammes étendues de valeurs des paramètres $B, L, R_T, \Delta H$ et l , a permis de mettre en évidence les divers types de comportement à la rupture d'un radier en terre armée. Dans le cas réaliste d'un radier proprement dit (B non petit devant H_1) représentant un renforcement effectif du sol ($R_T/\Delta H$ assez grand) la rupture s'effectue en général par cassure des lits inférieurs et glissement des lits supérieurs; la méthode théorique de dimensionnement proposée semble en fournir une approche valable.

BIBLIOGRAPHIE

Voir communication des mêmes auteurs sur les massifs armés semi-infinis.

- o o o -

