

**PHAN T.L. et SEGRESTIN P.**

Société d'Etudes de la Terre Armée, France

**SCHLOSSER F.**

Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, France

**LONG N.T.**

Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, France

**Etude de la stabilité interne et externe des ouvrages en terre armée par deux méthodes de cercles de rupture****Stability analysis of reinforced earth walls by two slip circle methods**

The purpose of this paper is to present two methods used to verify the internal and the external stability of reinforced earth structures along circular failure surfaces cutting the reinforcements. The resistance of the reinforcements correspond either to their resistance to tension at failure or to their sliding resistance. For each reinforcement the two values are calculated and the minimum is considered. The first method considers the equilibrium of slices whereas the other method considers a total equilibrium. They provide different values of the safety factor but they present interesting complementary aspects of the stability analysis.

**1. Introduction.**

Les massifs en terre armée sont fréquemment utilisés comme ouvrages de soutènement sur des sols en pente et parfois comme éléments constitutifs de barrages en terre. La vérification de la stabilité au grand glissement de tels ouvrages se fait classiquement en utilisant la méthode des tranches de Bishop et en considérant des cercles de rupture passant en dehors de la masse armée. Cependant, stabilité interne et externe sont liées et il est intéressant de pouvoir considérer des surfaces de rupture passant au travers des massifs armés. Une première tentative a été faite dans ce sens par I.F. Christie et K.N. EL Hadi en 1977 sur des remblais armés. Deux méthodes sont ici présentées : une extension de la méthode de Bishop où chaque tranche est liée à la présence d'une armature et une méthode globale considérant l'équilibre de tout le coin limité par le cercle de rupture.

**2. Méthode par tranches.**

La surface de rupture considérée est un cylindre à base circulaire et le coin en rupture est subdivisé en tranches verticales de telle sorte que dans chaque tranche il n'y ait au plus qu'une armature, recoupant la surface de rupture.

Dans l'équilibre d'une tranche, il faut tenir compte de la force de traction mobilisée dans cette armature, qui est supposée avoir

la direction de l'armature. La rupture peut se produire soit par défaut d'adhérence, c'est-à-dire par glissement de l'armature, soit par cassure de l'armature supposée se

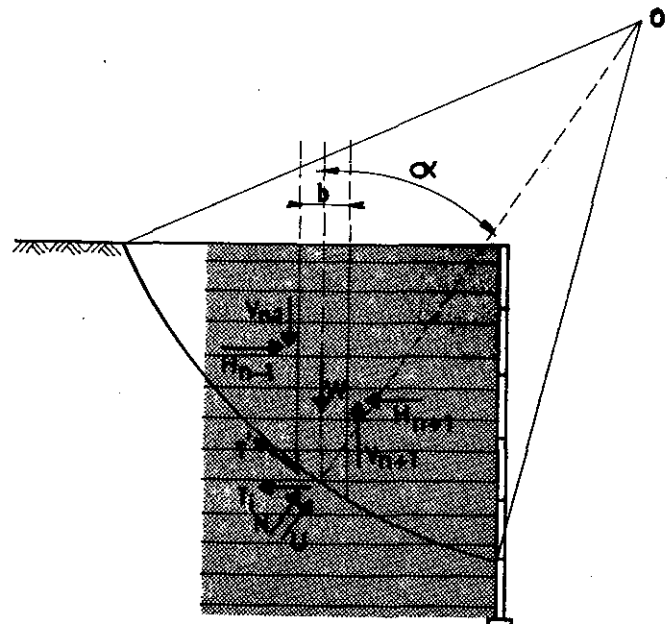


Fig. 1 : Méthode par tranches.

produire sur la surface de rupture. Pour cette raison, la force de traction mobilisée  $T_1$  est prise égale à la valeur minimale des deux forces correspondantes notées  $T_f$  et  $T_w$ :

$$T_f = 2b \int_{L-l_1}^L f^* \sigma_v dx \dots (1)$$

où

$l_1$  : longueur d'armature située en dehors de la zone en rupture ;

$L$  : longueur des armatures ;

$f^*$  : coefficient de frottement apparent entre la terre et l'armature ;

$\sigma_v$  : contrainte verticale due au poids des terres situées au-dessus de l'armature ;

$b$  : largeur de l'armature

et :  $T_w = b \times e \times \sigma_T \dots (2)$

où

$e$  : épaisseur utile de l'armature

$\sigma_T$  : contrainte de rupture en traction du matériau constituant l'armature.

L'étude de l'équilibre de la zone en rupture permet de définir un coefficient de sécurité global conforme aux errements de la théorie de la stabilité des pentes.

De la façon la plus générale, ce coefficient peut affecter tous les éléments résistants, c'est-à-dire, à la fois la résistance au cisaillement du sol, le frottement sol-armature et la résistance à la traction de l'armature. Il en résulte que les équations de l'équilibre sont écrites avec les éléments réduits suivants :

- cohésion réduite  $\frac{c'}{F}$ ,
- angle de frottement interne réduit  $\theta = \text{Arctg} \left( \frac{\text{tg} \phi'}{F} \right)$ ,
- coefficient de frottement réduit sol-armature  $\frac{f^*}{F}$ ,
- contrainte réduite de rupture en traction de l'armature  $\frac{\sigma_T}{F}$ .

La résultante générale des forces appliquées à la tranche  $n$  est nulle, ce qui donne, en projection sur la normale et sur la tangente au cercle, les équations suivantes :

$$U + N' - (W + V_{n-1} - V_{n+1}) \cos \alpha + (H_{n-1} - H_{n+1}) \sin \alpha - \frac{T_n}{F} \sin \alpha = 0 \quad (3)$$

$$\frac{1}{F} (c' + \sigma' \text{tg} \phi') \frac{b}{\cos \alpha} - (W + V_{n-1} - V_{n+1}) \sin \alpha - (H_{n-1} - H_{n+1}) \cos \alpha + \frac{T_n}{F} \cos \alpha = 0 \quad (4)$$

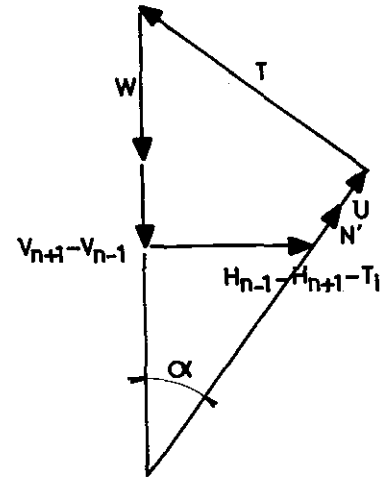


Fig. 2: Résultante des forces appliquées sur une tranche

Par ailleurs, le moment, par rapport au centre du cercle, de toutes les forces appliquées à la zone en rupture donne l'équation:

$$\sum_n W_n R \sin \alpha_n = \sum_n (R T'_n + \frac{T_n R \cos \alpha_n}{F}) \quad (5)$$

En tirant l'expression de  $\sigma'$  des équations (3) et (4) et en reportant dans l'équation (5) on obtient, en faisant l'hypothèse de Bishop, soit  $V_{n-1} - V_{n+1} = 0$ , l'équation :

$$F = \frac{\sum_n [c'b + (W_n - ub) \text{tg} \phi'] \frac{1}{\cos \alpha_n (1 + \text{tg} \alpha_n \frac{\text{tg} \phi'}{F})}}{\sum_n W_n \sin \alpha_n + \frac{\sum_n T_n \cos \alpha_n}{\sum_n W_n \sin \alpha_n}} \quad (6)$$

Cette équation donne implicitement la valeur de  $F$  pour le cercle considéré. La valeur du coefficient de sécurité retenue pour l'ouvrage est le minimum absolu obtenu pour tous les cercles possibles.

### 3. Méthode globale.

Cette méthode considère l'équilibre de l'ensemble de la zone en rupture limitée par le cercle de glissement (Fig. 3).

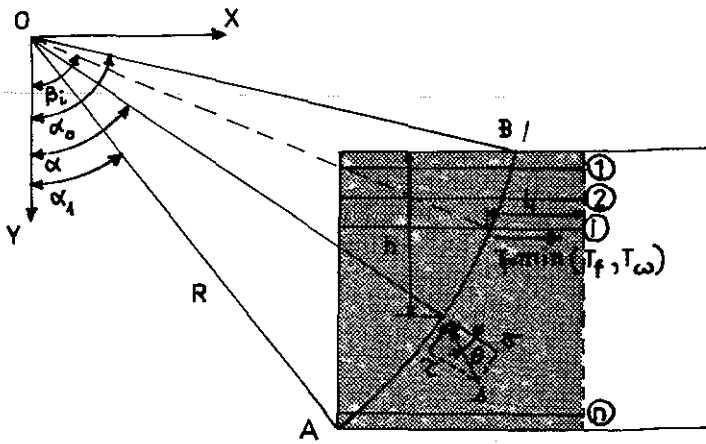


Fig. 3 : Calcul de la stabilité par la méthode globale

Comme dans la méthode par tranche, la stabilité est définie par un coefficient de sécurité global  $F$  portant sur tous les éléments résistants ( $c'$ ,  $\phi'$ ,  $f^*$ ,  $\sigma_r$ ). En utilisant les expressions réduites de ces éléments, les équations d'équilibre de la zone en rupture s'écrivent :

a) Résultante nulle :

$$\vec{W} + \frac{\sum_i \vec{T}_i}{F} + \int_{AB} \vec{s} dl = 0 \quad (7)$$

où

$W$  = poids par unité de longueur  
 $s$  = contrainte dans le sol le long de la surface de rupture.

b) Moment nul par rapport au centre du cercle :

$$\gamma R^2 \int_{\alpha_1}^{\alpha_0} h \sin \alpha \cos \alpha d\alpha - \frac{R}{F} \sum_i T_i \cos \beta_i - R^2 \cos \theta \frac{\text{tg} \phi'}{F} \int_{\alpha_1}^{\alpha_0} s d\alpha = 0 \quad (8)$$

où

$$\theta = \text{Arctg} \left( \frac{\text{tg} \phi'}{F} \right)$$

En remplaçant  $\sin \theta$  par  $\cos \theta \frac{\text{tg} \phi'}{F}$ , l'équation (8) donne pour  $F$  l'expression

$$F = \frac{\cos \theta \text{tg} \phi' \int_{\alpha_1}^{\alpha_0} s R d\alpha + \sum_i T_i \cos \beta_i}{\gamma R \int_{\alpha_1}^{\alpha_0} h \sin \alpha \cos \alpha d\alpha} \quad (9)$$

L'intégrale  $L = \int_{\alpha_1}^{\alpha_0} s R d\alpha$  qui intervient dans l'équation (7) est une inconnue représentant la longueur du funiculaire des contraintes s'exerçant sur le cercle de glissement. Selon une méthode proposée par Biarez (1965) on peut encadrer la valeur de  $L$  par deux

bornes dont l'existence est liée à la convexité de la fonction  $L(\alpha)$ . La figure (4) du diagramme des forces appliquées à la zone en rupture montre en effet, que l'on a :

$$S < L < IKJ$$

où  $S$  est le module de l'intégrale

$$\vec{S} = \int_{\alpha_1}^{\alpha_0} \vec{s} R d\alpha$$

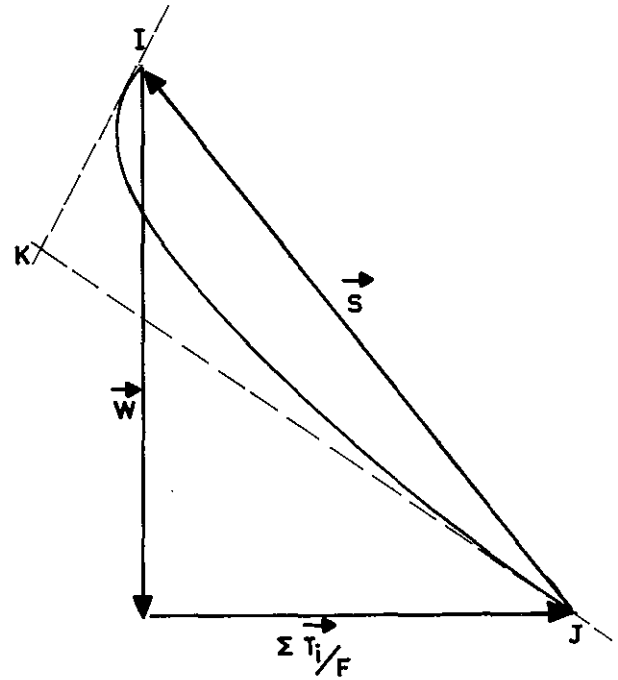


Fig. 4 : Forces appliquées dans la méthode globale

et où la ligne polygonale IKJ est construite à partir des deux tangentes en I et J au funiculaire.

La valeur du coefficient de sécurité réel  $F$  est comprise entre les deux coefficients  $F_1$  et  $F_2$  calculés respectivement avec  $S$  et avec la longueur IKJ. Leurs valeurs sont données implicitement par :

$$F_1 = \frac{S \text{tg} \phi' \cos \theta + \sum_i T_i \cos \beta_i}{\gamma R \int_{\alpha_1}^{\alpha_0} h \sin \alpha \cos \alpha d\alpha} \quad (10)$$

$$F_2 = \frac{IKJ \text{tg} \phi' \cos \theta + \sum_i T_i \cos \beta_i}{\gamma R \int_{\alpha_1}^{\alpha_0} h \sin \alpha \cos \alpha d\alpha} \quad (11)$$

Biarez a montré que les deux bornes  $F_1$  et  $F_2$  sont assez proches l'une de l'autre et que l'on peut adopter comme coefficient de sécurité la valeur moyenne  $\frac{F_1 + F_2}{2}$ .

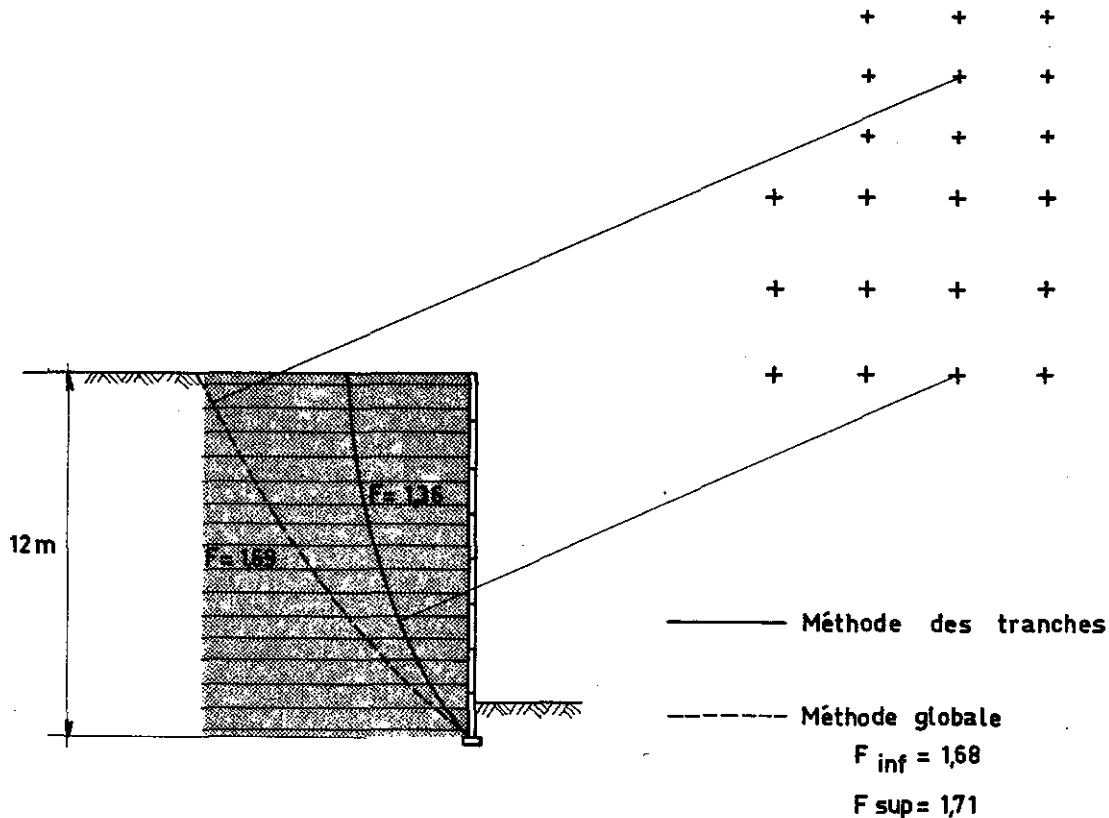


Fig. 5 : Comparaison entre la méthode des tranches et la méthode globale.

Le coefficient de sécurité de l'ouvrage est la valeur minimum obtenue en considérant tous les cercles de rupture possibles.

#### 4. Analyse des résultats.

La figure 5 montre les valeurs du coefficient de sécurité obtenues par les deux méthodes dans le cas d'un mur de soutènement de 12 m de hauteur, dimensionné selon les règles des spécifications françaises.

On constate, que la méthode par tranches donne un coefficient de sécurité ( $F = 1,36$ ) inférieur à celui de la méthode globale ( $F = 1,69$ ) et également inférieur à la valeur de 1,5, communément retenue dans les calculs de stabilité par cercles de rupture.

L'examen détaillé des forces mobilisées dans les lits d'armatures montre que la rupture potentielle se fait par défaut d'adhérence en haut du mur et par cassure des armatures en bas du mur.

Le calcul a été fait en adoptant pour les armatures à haute adhérence la valeur  $f^* = 1$  pour le coefficient de frottement apparent, ce qui est défavorable par rapport aux méthodes nouvelles actuellement utilisées ( $f^*$  variant de 1,5 à  $\text{tg } \phi'$  suivant la profondeur).

L'emplacement du cercle de rupture potentielle est assez voisin de la ligne des trac-tions maximales observée dans les ouvrages en vraie grandeur (ligne proche du parement et verticale dans la partie haute du mur)

dans le cas de la méthode par tranches ; il s'en éloigne notablement dans la méthode globale qui donne un cercle de grand rayon proche par contre du plan de rupture potentielle obtenu dans la méthode de dimensionnement par coins de P. SEGRESTIN (7).

#### 5. Conclusions pratiques

Les deux méthodes précédentes font porter le coefficient de sécurité sur l'ensemble des éléments résistants ce qui a pour effet de diminuer sa valeur. Il semblerait plus logique de ne faire porter le coefficient que sur la résistance au cisaillement du sol, si on souhaite comparer les valeurs obtenues à celles de la stabilité des zones situées en dehors du massif armé.

Par contre, ces deux méthodes peuvent être utilisées pour une vérification de la stabilité interne ou même pour un dimensionnement du mur. Dans ce dernier cas il peut être intéressant de considérer que le coefficient de sécurité intéresse tous les éléments résistants de l'ouvrage et, si l'on considère que la mise hors service de l'ouvrage correspond au dépassement de la limite d'élasticité dans l'acier des armatures, le coefficient de sécurité doit être pris par rapport à la limite élastique plutôt que par rapport à la limite de rupture.

## BIBLIOGRAPHIE.

1. J. Biarez : Equilibre limite des talus et barrages de terre. Annales de l'I.T.B.T.P. 1965. Sols et Fondation - n° 51 pp 1017 - 1029.
2. I.F. Christie, K.M. EL Hadi : Some aspects of the design of earth dams reinforced with fabrics. C.R. du Colloque International sur l'emploi des textiles en géotechnique . Paris 1977 vol 1 pp 99-103.
3. F. Blondeau : Les méthodes d'analyse de stabilité. Bulletin de liaison. L.C.P.C. Numéro spécial II. Paris 1976 vol 1 pp. 56-62.
4. J.C. Blivet : Stabilité des talus de déblais - Bulletin de liaison - L.C.P.C. Numéro spécial III - Paris 1976 - vol 2 pp 9-22.
5. F. Schlosser, V. Elias : Friction in reinforced earth. Pittsburgh 1978. ASCE vol 3274 pp 1-19.
6. F. Schlosser, Nguyen-Thanh Long : Recent Results in French Research on Reinforced Earth - ASCE, vol 100, n° C03, September 1974.
7. P. Segrestin : Calcul des massifs en terre armée par les coins de rupture. Colloque International sur le renforcement des sols : terre armée et autres techniques - Paris 1979.
8. F. Schlosser, Nguyen-Thanh Long : Dimensionnement des ouvrages en terre armée. Session de formation permanente. L.C.P.C. et E.N.P.C.